

**Välikoe 1 (29.9.2014 klo 17-19)**

Täytä huolellisesti kaikki vaaditut tiedot jokaiseen vastauspaperiin.

**Laskimet ja taulukot eivät ole sallittuja.**

**Tällä kertaa saat olettaa tunnetuksi Fourier-käänteismuunnoksen kaavan.**

Arvostelusta: Tarkastaja pisteittää jokaisen tehtävän asteikolla 0...6. Täydet pisteet voi saada vastauksesta, jossa on harmiton pikkuvirhe. Tehtävästä on mahdollista saada pisteitä, jos vastauksessa on vähänkin asiaa (oikeanlaisia määritelmiä, aiheeseen liittyviä kuvia, laskelmia jne.) — tyhjä vastaus on varmasti nollan pisteen arvoinen.

1. Tarkastellaan signaaleja  $q, r, s : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ , joille

$$q(t) = s'(t) \quad \text{ja} \quad r(t) = t s(t)$$

kaikilla  $t \in \mathbb{R}$ . Esitä laskelmat, joista nähdään kuinka Fourier-muunnokset  $\hat{q}(\nu)$  ja  $\hat{r}(\nu)$  liittyvät Fourier-muunnokseen  $\hat{s}(\nu)$ .

2. Todista, että Fourier-muunnos säilyttää sisätulon:  
toisin sanoen näytä, että

$$\langle \hat{r}, \hat{s} \rangle = \langle r, s \rangle$$

pätee signaaleille  $r, s : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ .

3. a) Mikä on signaalien  $r, s : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  konvoluutio  $r * s$ ?  
b) Miten konvoluution  $r * s$  Fourier-muunnos liittyy signaalien  $r, s$  Fourier-muunnoksiin? Perustele!  
c) Laske  $s * s(t)$ , kun  $s(t) = e^{-\pi t^2}$  kaikilla  $t \in \mathbb{R}$ .  
(Vihje: Saat käyttää tietoa  $\hat{s} = s$  tässä.)