



MS-A0007, Syksy 2014

Välikoe 2, 9.12.2014 klo 16.30–19.30

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukkokirjoja.  
Räknare och tabellsamlingar är inte tillåtna.

**Tehtävä 1:** a) Etsi determinantin avulla ne vakiot  $c \in \mathbb{R}$ , joilla matriisi

$$C = \begin{bmatrix} c & 3 & 1 \\ 6 & 4 & 5 \\ 6 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

on kääntövä. (3p.)

b) Mitä tarkoitetaan ominaisarvon algebrallisella ja geometrisella kertaluvulla?  
Kuinka niiden avulla voi päätellä, onko matriisi diagonalisoituva? (3 p.)

a) Bestäm med hjälp av determinanten de konstanterna  $c \in \mathbb{R}$ , för vilka matrisen

$$C = \begin{bmatrix} c & 3 & 1 \\ 6 & 4 & 5 \\ 6 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

är inverterbar. (3p.)

b) Vad menas med algebraiska och geometriska multipliciteten hos ett egenvärde?  
Hur kan man med hjälp av dessa avgöra om en matris är diagonaliserbar?  
(3 p.)

**Tehtävä 2:** Olkoon

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

a) Diagonalisoi  $A$ . (3 p.)

b) Laske  $A^{2014}$  ja  $(A^{-1})^{999}$ . (3 p.)

b)-kohdan vastauksiin saa jäädä eksponenttimuotoisia lausekkeita (esim.  $4^{2014}$ ), muttei matriisituloja.

Låt

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

a) Diagonalisera  $A$ . (3 p.)

b) Beräkna  $A^{2014}$  och  $(A^{-1})^{999}$ . (3 p.)

Det får förekomma uttryck på exponentialform i svaret för b)-delen (t. ex.  $4^{2014}$ ), men inga matrisprodukter.

**Tehtävä 3:** a) Kerro, mistä osista neliömatriisin singulaariarvohajotelma koostuu ja miten se voidaan laskea. (3 p.)

b) Matriisilla  $B$  on singulaariarvohajotelma

$$B = \begin{bmatrix} 14 & 2 & -2 \\ 16 & -2 & -13 \\ 4 & 1 & -22 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & 0 & -\frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & 0 & \frac{3}{5} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Laske hajotelman avulla matriisille  $B$  "rangia 2" oleva approksimaatio, jossa jätät pienimmän singulaariarvon huomiotta. (3 p.)

a) Förklara vilka delar singularvärdesuppdelningen av en kvadratisk matris består av samt hur den kan beräknas. (3 p.)

b) Matrisen  $B$  har singularvärdesuppdelningen

$$B = \begin{bmatrix} 14 & 2 & -2 \\ 16 & -2 & -13 \\ 4 & 1 & -22 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & 0 & -\frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & 0 & \frac{3}{5} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Använd uppdelningen för att bestämma en "rang 2" approximation av  $B$ , där du bortser från det minsta singularvärdet. (3 p.)