

MS-C1420 Fourier-analyysi (Aalto-yliopisto)  
Turunen / Saari

**Tentti ja välikokeiden uusinnat (11.11.2014)**

Täytä huolellisesti kaikki vaaditut tiedot jokaiseen vastauspaperiin.

**Tentti:** Tehtävät 2,3,4,6.

**Välikokeen 1 uusinta:** Tehtävät 1,2,3.

**Välikokeen 2 uusinta:** Tehtävät 4,5,6.

**Laskimet ja taulukot eivät ole sallittuja.**

**Tällä kertaa** saat olettaa tunnetuksi Fourier-käänteismuunnoksen kaavan.

Arvostelusta: Tarkastaja pisteittää jokaisen tehtävän asteikolla 0...6. Täydet pisteet voi saada vastauksesta, jossa on harmiton pikkuvirhe. Tehtävästä on mahdollista saada pisteitä, jos vastauksessa on vähänkin asiaa (oikeanlaisia määritelmiä, aiheeseen liittyviä kuvia, laskelmia jne.) — tyhjä vastaus on varmasti nollan pisteen arvoinen. Muista mainita laskuissasi, jos käytät joitakin Fourier-analyysin kurssilla tunnettuja muunnosten ominaisuuksia.

- 
1. Tiedetään, että  $\widehat{\varphi} = \varphi$ , kun  $\varphi(t) = e^{-\pi t^2}$  kaikilla  $t \in \mathbb{R}$ . Laske tämän tiedon avulla  $\widehat{s} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ , kun  $s(t) = e^{-3t^2}$  kaikilla  $t \in \mathbb{R}$ .
  2. Laske  $\lim_{h \rightarrow 0} \widehat{s}_h(\nu)$ , missä signaali  $s_h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  määritellään kaavalla

$$s_h(t) = \begin{cases} 1/|h|, & \text{kun } |t| < |h|, \\ 0, & \text{kun } |t| \geq |h|. \end{cases}$$

3. Todista, että Fourier-muunnos säilyttää energian eli että

$$\|\widehat{s}\|^2 = \|s\|^2$$

pätee signaaleille  $s : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ .

---