Rak-54.3110 Plate and Shell Structures, Fall 2014, Toinen osatentti
torstai, 18.12.2014, 13:00-15:00

Sallitut apuvälineet: kirjoitusvälineet ja laskin. Kirjoita nimesi, koulutusohjelmasi ja opiskelijanumerosi jokaiseen vastauspaperiin.

1. Mitkä seuraavista väittämistä ovat tosia ja mitkä epätosia? Jos väittämä on epätosi, niin kerro miksi.

   a) Jos kuoren keskipinnan Gaussin kaarevuus häviää jokaisessa pisteessä, niin kuori on itse asiassa tasomainen levy/laatta.

   b) Kuorten kalvoteoriaa voidaan soveltaa myös purjeiden ja kankaiden analysoinnissa sikäli kuin kaikkialla esiintyy ainoastaan vetojännityksiä.

   c) Ohuiden elastisten kuorirakenteiden linearisoidussa teoriassa oletetaan, että siirtymät kussakin kuoren pisteessä ovat pieniä verrattuna kuoren paksuuteen.

   d) Ohuita kuorirakenteita suunniteltaessa on tärkeä estää puhtaat taipumamuodonmuutokset.

   e) Kuorten kalvoteoriassa keskipinnan poikittaissiirtymä voidaan aina estää reunoilla kalvotilaa häiritsemättä.

   f) Jos kuorirakenteen puhdas taipuminen on estetty esimerkiksi kineemaattisten rajoitusehtojen avulla, niin kuoren taipumista esiintyy yleensä verratten pienillä alueilla reunojen ja muiden epäasäännöllisyyksien lähettyvillä.

   g) FEM-ohjelmistossa on ainoastaan yksi kuorielementti ja se ottaa huomioon poikittaiset leikkausmuodonmuutokset. Kyseinen ohjelmisto ei ole sovelias hyvin ohuiden kuorirakenteiden analyysiin.

   h) Ohuet kuorirakenteet lommahtavat usein merkittävästi pienemmän kuormituksen alaisena kuin lineaarinen stabiilisuusanalyysi ennustaa. Tämä johtuu siitä, että linearisoitua differentiaaliyhtälöä ei osata ratkaista riittävän tarkasti.

2. Reissnerin ja Naghdin matalan kuoren mallin mukainen kokonaisenergian lauseke voidaan kirjoittaa muodossa

$$
\begin{aligned}
\mathcal{F}(u_1, u_2, w, \theta_1, \theta_2) &= \frac{1}{2}\int_\omega (N_{11}\beta_{11} + N_{22}\beta_{22} + 2S\beta_{12})\, dxdy \\
&+ \frac{1}{2}\int_\omega (Q_1\gamma_1 + Q_2\gamma_2)\, dxdy \\
&+ \frac{1}{2}\int_\omega (M_{11}\kappa_{11} + M_{22}\kappa_{22} + 2H\kappa_{12})\, dxdy \\
&- \int_\omega (p_1 u_1 + p_2 u_2 + p_n w)\, dxdy,
\end{aligned}
$$

missä

$$
\begin{aligned}
&N_{11} = D_m(\beta_{11} + \nu\beta_{22}), \quad &&N_{22} = D_m(\nu\beta_{11} + \beta_{22}), \quad &&S = D_m(1-\nu)\beta_{12}, \\
&Q_1 = Gt\gamma_1, &&Q_2 = Gt\gamma_2, && \\
&M_{11} = D(\kappa_{11} + \nu\kappa_{22}), &&M_{22} = D(\nu\kappa_{11} + \kappa_{22}), &&H = D(1-\nu)\kappa_{12},
\end{aligned}
$$

ja missä edelleen

$$\beta_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{w}{R_1}, \quad \beta_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial y} - \frac{w}{R_2}, \quad \beta_{12} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial u_2}{\partial x}\right),$$

$$\gamma_1 = -\theta_1 + \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \gamma_2 = -\theta_2 + \frac{\partial w}{\partial y},$$

$$\kappa_{11} = -\frac{\partial \theta_1}{\partial x}, \quad \kappa_{22} = -\frac{\partial \theta_2}{\partial y}, \quad \kappa_{12} = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \theta_1}{\partial y} + \frac{\partial \theta_2}{\partial x}\right),$$

sekä viimein

$$D_m = \frac{Et}{1-\nu^2}, \quad D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}, \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)}.$$

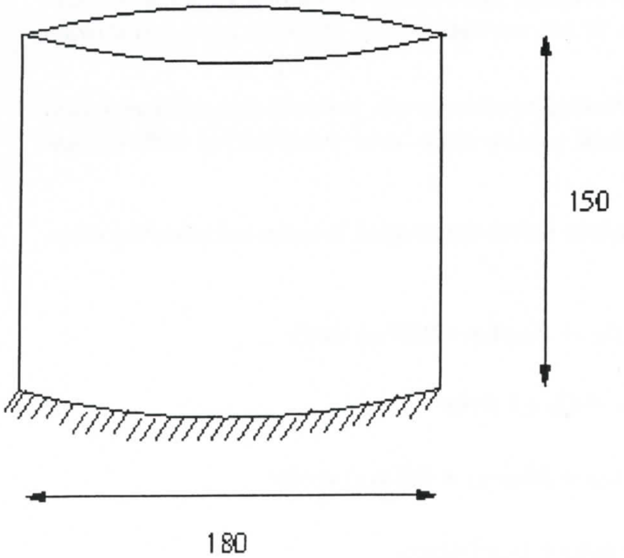
(a) Mikä on suureiden

$$u_1, u_2, w, \theta_1, \theta_2, N_{11}, N_{22}, S, Q_1, Q_2, M_{11}, M_{22}, H, p_1, p_2, p_n, R_1, R_2, t, \nu$$

fysikaalinen tulkinta? Anna myös suureiden yksiköt SI-järjestelmässä.

(b) Kuvaile miten vastaavan Kirchoff-Love tyyppisen mallin energiafunktionaali saadaan johdettua formaalisti Reissner-Naghdi mallin energian lausekkeesta jättämällä pois poikittaiset leikkausmuodonmuutokset. Millaiset ovat näin syntyvän mallin venymien lausekkeet?

3. Hyödynnä kaavaa $n_{cr} \approx 0.6Et^2/R$ kriittiselle normaalivoimalle arvioidaksesi lommahtaako Kuvan 1 suoran ympyrälieriön muotoinen säiliö oman painonsa takia.



Korkeus 150 m
Pohjan halkaisija 180 m
Seinämän paksuus 0.10 m
Tiheys 2400 kg/m^3
Kimmokerroin 30 GPa
Putoamiskiihtyvyys 10 m/s^2
Varmuuskerroin 1/6

Kuva 1: Suoran ympyrälieriön muotoinen säiliö.