

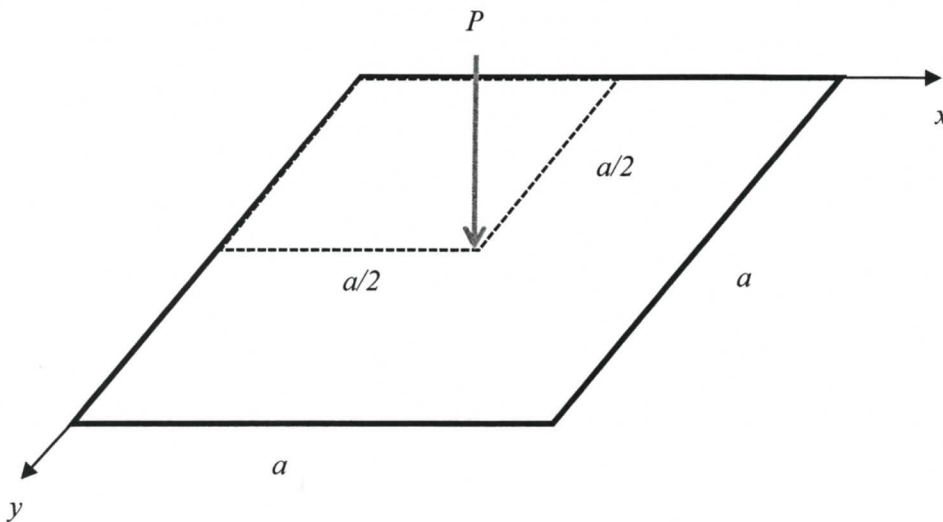
Sallitut apuvälineet: kirjoitusvälineet. Kirjoita nimesi, koulutusohjelmasi ja opiskelijanumerosi jokaiseen vastauspaperiin. Osatentti (2 sivua) sisältää kolme kysymystä (8 pistettä per kysymys). Osa tarvittavista kaavoista on annettu.

Kesto: 2 tuntia

1. Ohut suorakaidelaatta ( $a \times b$ ) on vapaasti tuettu kaikilta reunoiltaan ja siihen kohdistuu kuormitus  $p_z(x, y) = P \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{3\pi y}{b}$ . Määritä laatan taipuma.

2. Ohut  $R$ -säteinen ympyrälaatta, jonka taivutusjäykkyys on  $D$ , on jäykästi tuettu reunaltaan. Laataan kohdistuu pyörähdyssymmetrinen kuormitus  $p_z = \frac{P_0 r^2}{R}$  ( $r$  on muuttuja napakoordinaatistossa). Määritä laatan taipuma.

3. Tarkastellaan ohutta jäykästi tuettua neliölaattaa ( $a \times a$ ), jonka keskipisteeseen ( $a/2 \times a/2$ ) kohdistuu poikittaissuuntainen pistekuorma  $P$ . Laatan materiaaliparametrit ovat ( $E, \nu$ ) ja laatan paksuus on  $h$ . Määritä laatan taipuma Ritzin menetelmällä käyttäen yhtä termiä muotofunktiona.



**Kaavoja:**

Klassinen, laatan taipuman differentiaaliyhtälö staattiseen analyysiin:

$$\nabla^2 \nabla^2 w = \frac{p_z}{D}, \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

Klassinen, ympyrälaatan taipuman differentiaaliyhtälö napakoordinaateissa, pyörähdyssymmetrisessä tapauksessa:

$$\nabla^4 w(r) = \frac{p_z(r)}{D}, \quad \text{while} \quad \nabla^4 w = \nabla^2 \nabla^2 w = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left\{ r \frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dw}{dr} \right) \right] \right\}$$

Kirchhoff-Love mallin mukainen suorakaidelaatan potentiaalienergia ( $\Pi$ ):

$$\Pi = \frac{D}{2} \int_0^b \int_0^a \left\{ (\nabla^2 w)^2 - 2(1-\nu) \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy - \int_0^b \int_0^a p_z w dx dy$$

Jäykästi tuetun laatan tapauksessa voit käyttää potentiaalienergian yksinkertaistettua muotoa.