

2. välikoe, 23. 10. 2014

Kirjoita selvästi jokaiseen koepaperiin kysytyt tiedot!

1. Määää alueen

$$\{z \in \mathbb{C} \mid 1 < |z| < 2, \arg z \in (0, \pi)\}$$

kuvajoukko kuvauksessa

(a)  $z \mapsto \frac{1}{z}$ ,

(b)  $z \mapsto \log z$  kiinnittämällä jokin jatkuva haara.

2. Määää integrali

$$\oint_{\gamma} \frac{e^z + \sin z}{z} dz,$$

kun  $\gamma$  on

(a) yksikköympyrän  $S(0, 1) = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$  parametrisointi yhden kerran positiiviseen kiertosuuntaan.

(b) yksikköympyrän  $S(0, 1) = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$  parametrisointi yhden kerran negatiiviseen kiertosuuntaan.

(c) ympyrän  $S(2, 1) = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 2| = 1\}$  parametrisointi yhden kerran positiiviseen kiertosuuntaan.

3. Etsi funktion

$$z \mapsto \frac{1}{z(z-1)}$$

Laurentin kehitelmä, joka on voimassa alueessa

(a)  $\{z \in \mathbb{C} \mid 0 < |z| < 1\}$ ,

(b)  $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| > 1\}$ ,

(c)  $\{z \in \mathbb{C} \mid 0 < |z - 1| < 1\}$ .