

Sallitut apuvälineet: Laskin, Mellinin tilastolliset taulukot ja a4-muistilappu (käsinkirjoitettu, tekstiä vain toisella puolella, oikeassa yläkulmassa opiskelijan nimi)

Kirjoita selvästi jokaiseen vastauspaperiin:

- kurssin koodi, päivämäärä, välikokeen numero
- opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- nimikirjoitus

Vastausohje: Vastaa lyhyesti ja ytimekkäästi, mutta perustele ratkaisusi. Pelkkä lukuarvo vastauksena ei anna pisteitä. Kokeessa on 4 tehtävää, jokaisesta saa 0–6 pistettä.

1. Kännykän akun elinikä (vuosina) X noudattaa jakaumaa, jonka tiheysfunktio on

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{c}{x^2}, & \text{kun } 1 \leq x \leq 10, \\ 0, & \text{muuten.} \end{cases}$$

- (a) Määritä vakion c arvo.
- (b) Millä todennäköisyydellä akku kestää vähintään 3 vuotta?
- (c) Määritä akun eliniän mediaani eli luku m , jolle $\Pr(X \leq m) = \frac{1}{2}$.
2. Valheenpaljastuskoneen luotettavuudesta on käytettävissä seuraavat tiedot: henkilö, joka valehtelee, tulee oikein luokitelluksi valehtelijaksi todennäköisyydellä $\frac{4}{5}$. Toisaalta henkilö, joka ei valehtelee, tulee virheellisesti luokitelluksi valehtelijaksi todennäköisyydellä $\frac{1}{20}$. Oletetaan, että valheenpaljastuskonetta käytetään ihmisjoukkoon, jossa 1 % valehtelee.
- (a) Mikä on todennäköisyys, että tästä ihmisjoukosta satunnaisesti poimittu henkilö luokitellaan valehtelijaksi?
- (b) Mikä on todennäköisyys, että valehtelijaksi luokiteltu henkilö onkin rehellinen?

3. Olkoon (X, Y) satunnaisvektori, jonka jakaumalla on tiheysfunktio muotoa

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} bxy, & \text{kun } 0 < x < 2 \text{ ja } 0 < y < 1, \\ 0, & \text{muuten.} \end{cases}$$

- (a) Määritä vakion b arvo.
 - (b) Määritä X :n ja Y :n tiheysfunktiot.
 - (c) Ovat X ja Y stokastisesti riippuvat vai riippumattomat?
4. Lähikaupan hedelmäosastolla on sadan banaanin laatikko, joka sisältää 10 pilaantunutta banaania. Asiakas A poimii laatikosta koriinsa kaksi banaania umpimähkään.
- (a) Mikä on todennäköisyys, että Asiakkaan A koriin päätyy täsmälleen kaksi pilaantunutta banaania?
 - (b) Mikä on todennäköisyys, että Asiakkaan A koriin päätyy täsmälleen yksi pilaantunut banaani?
 - (c) Asiakas A tutkii koriin poimimansa banaanit ja palauttaa havaitsemansa pilaantuneet banaanit takaisin laatikkoon. Tämän jälkeen Asiakas B poimii laatikosta yhden banaanin umpimähkään. Mikä on todennäköisyys, että Asiakas B saa pilaantuneen banaanin?