

ELEC-A7200 Signaalit ja järjestelmät

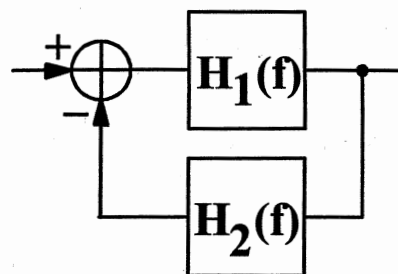
Tentti 9.12.2014

Vastaa tehtävään 1, tehtävistä 2 – 6 otetaan huomioon neljä parhaiten suoritettua tehtävää.

1.

Vastaa lyhyesti seuraaviin osatehtäviin, käytä tarvittaessa kuvaa.

- a) Esitä Rayleighin energialause (kaava).
- b) Montako näytettä on otettava ja mikä on näytteenottovälin oltava, jos alipäästösignaalin spektri halutaan laskea DFT:llä, kun signaalin kaistanleveys on 20 MHz, ja lasketun spektrin resoluutio eli näyteväli taajuusalueessa on 15 kHz?
- c) Ratkaise kuvan takaisinkytketyn järjestelmän siirtofunktio.
- d) Esitä ryhmäkulkuajan kaava.
- e) Erään ergodisen ja stationäärisen stokastisen signaalin autokorrelaatiofunktio on $r(\tau)$. Mikä on sen keskimääräinen teho?



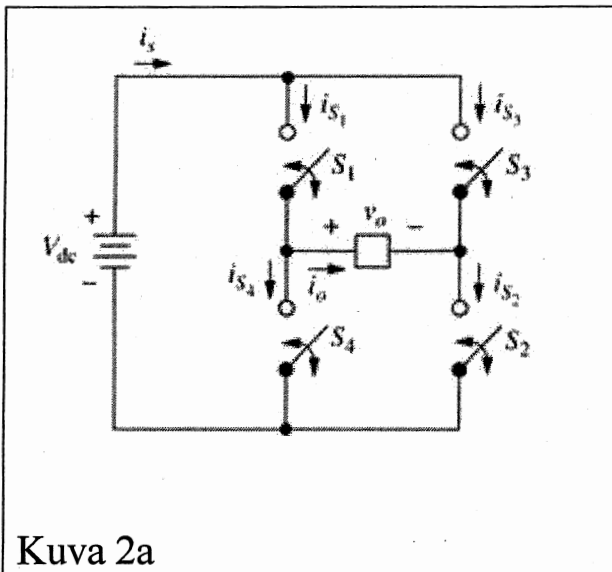
- f) Kvantisointikohina on tasajakautunutta kvantisointivälille $\left[-\frac{\Delta x}{2}, \frac{\Delta x}{2}\right]$.

Mikä on kvantisointikohinan keskimääräinen teho?

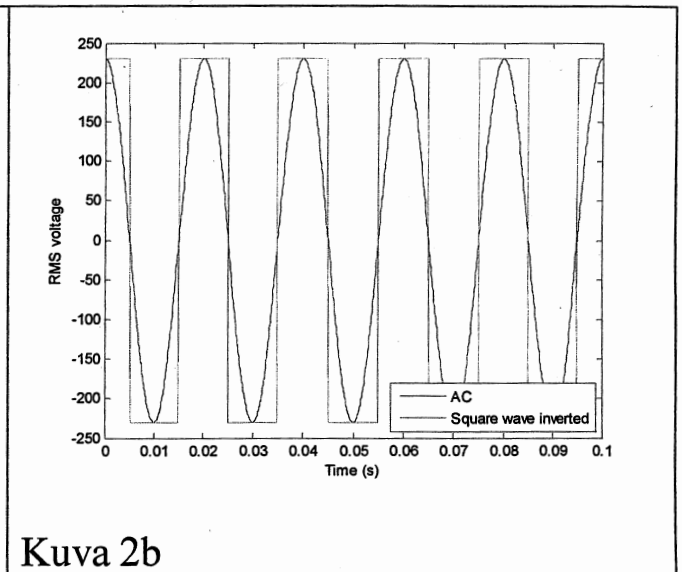
- g) DTMF-signaali "A" koostuu 697 Hz ja 1633 Hz sinimuotoisista komponenteista. Signaalia näytteistetään 2330 Hz näytetaajuudella. Mitä taajuuksia näytteistetty signaali sisältää taajuusalueella 0 ... 1165 Hz?
- h) LTI-järjestelmän siirtofunktio on $G(s) = \left(1 + \frac{s}{K}\right)^{-1}$. Millä K :n arvoilla se on stabiili?
- i) Jääkaapin äänitaso on 39 dB ja pakastimen 42 dB. Mikä on kokonaisäänitaso desibeleinä? Olisiko keittiö hiljaisempi, jos siellä olisi erillisten laitteiden sijasta jääkaappipakastin, jonka äänitaso on 45 dB?
- j) Mikä on ikkunafunktio (window function) ja mihin niitä käytetään?

2.

Invertteri muuttaa tasavirran vaihtojännitteeksi. Invertteriä tarvitaan esim. käytettäessä akkuja tai aurinkokennoja tehollähteenä. Kanttiaaltoinvertteri (eng. square wave inverter) tuottaa sinimuotoisen vaihtovirran sijasta nimensä mukaisesti kanttiaaltoa. Kanttiaaltoinvertterin toimintaperiaate ja sen tuottama jännite signaali on esitetty kuvissa 2 a ja b.. Kuvassa v_o kuvaa jännitettä kuorman yli. Virran suuntaa saadaan vaihdettua kytkemällä joko S1 ja S2 tai S3 ja S4.



Kuva 2a



Kuva 2b

- Ratkaise kanttiaallon Fourier-sarjan kertoimet. Kanttiaallon huippuarvo on 230 V ja sen ominaistajuus on 50 Hz. (4 p)
- Ratkaise signaalin kokonaissärökerroin. (4 p)
- Tietokoneet ja vastaavat laitteet edellyttävät yleensä, että kokonaissärökerroin d_{tot} on alle 5 % (THD*100%) ja yhden yksittäisen särökertoimen on oltava alle 3% . Sopiiko kanttiaaltoinvertteri tietokoneen tehonlähteeksi? (2 p)

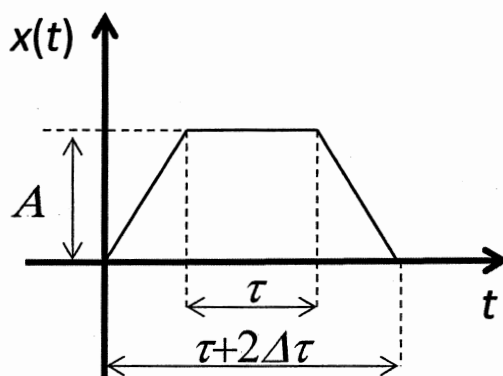
Vinkki:
$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} = 1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \frac{1}{49} + \dots = \frac{\pi^2}{8}.$$

3.

Kantataajuista tutkapulssia $x(t)$, ks. kuva 3, voidaan mallintaa kahden kanttipulssin konvoluutiolla:

$$x(t) = A \operatorname{rect}\left(\frac{t - \frac{\tau}{2}}{\tau}\right) \otimes \operatorname{rect}\left(\frac{t - \frac{\Delta\tau}{2}}{\Delta\tau}\right), \quad \operatorname{rect}(x) = \begin{cases} 1 & |t| \leq \frac{1}{2} \\ 0 & |t| > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Tutkapulssin amplitudi on A , pituus on τ ja sillä on äärellinen nousuaika $\Delta\tau$.



Kuva 3. Kantataajuinen tutkapulssi

- Ratkaise tutkapulssin lauseke konvoluution avulla (4 p)
- Ratkaise tutkapulssin energia (2 p)
- Ratkaise tutkapulssin Fourier-muunnos ja energiaspektrin lauseke (4 p)

4.

Puhelinverkossa käytetään jakosuodinta erottamaan tilaajajohdon analoginen puhelinliikenne ja digitaalinen dataliikenne toisistaan. Puhelinliikenne erotetaan käyttämällä alipäästösuodatinta, jonka vaatimukset ovat seuraavat:

- 3 dB kaistanleveys 10 kHz
- Vaimennus taajuudella 32 – 70 kHz vähintään -30 dB
- Vaimennus taajuudella 70 – 600 kHz vähintään -50 dB

Suunnittele ehdot täyttävä Butterworth-suodatin.

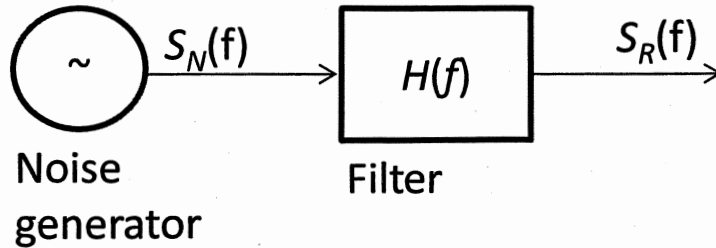
Suodattimen amplitudifunktio on

$$A(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/W)^{2n}}}$$

(10 p)

5.

Kohinageneraattori tuottaa valkoista kohinaa, jonka kaksipuolinen tehospektri on $S_N(f) = N_0/2$. Tavoitteena tuottaa punaista kohinaa (Brownian noise), jonka tehospektri on $S_R(f) = 1/f^2$. Ratkaise suodatin $H(f)$ siten, että lähtötehospektri $S_R(f)$ on haluttu. (10 p)



Kuva 4. Kohinageneraattori ja suodatin.

6.

Tarkastellaan 2-FSK -modulaatiota, jossa bitin b mukaan valitaan joko taajuus $f_c - \frac{\Delta f}{2}$, jos $b=0$ tai $f_c + \frac{\Delta f}{2}$, jos $b=1$. Ekvivalentti kantataajuinen moduloitu signaali voidaan esittää muodossa

$$y_b(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{E_b}{2}} e^{i\frac{\Delta f}{2}t} & b=1 \\ \sqrt{\frac{E_b}{2}} e^{-i\frac{\Delta f}{2}t} & b=0 \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq T_s$$

jossa T_s on symbolin pituus, E_b on bitin energia, Δf taajuusväli.

a) Millä Δf :n arvoilla $y_0(t)$ ja $y_1(t)$ ovat ortogonaaleja. (8 p)

b) Miten ortogonaalisutta voidaan hyödyntää vastaanottimessa?

Mitä seuraa siitä, jos aaltomuodot eivät ole ortogonaaleja? (2 p)