

1. välikoe 1.10.2014

Kokeessa ei saa käyttää laskimia.

1. Määritä seuraavien vektorikenttien kenttäviivat

(a) $\mathbf{F}(x, y) = \mathbf{i} + \sin x \mathbf{j}$,

(b) $\mathbf{F}(x, y) = \nabla(x^2 - y)$.

2. Vakioitiheyksinen ($\delta = \delta_0$) metallilanka C kulkee parametrisoinnin

$$\mathbf{r}(t) = e^t \cos t \mathbf{i} + e^t \sin t \mathbf{j} + t \mathbf{k}, \quad t \in [0, 2\pi]$$

määräämää spiraalimaista reittiä. Laske metallilangan C hitausmomentti z -akselin suhteen, eli integraali

$$\delta_0 \int_C (x^2 + y^2) ds.$$

3. Olkoon $\mathbf{F}(x, y) = (y^2 + 2xy)\mathbf{i} + (x^2 + 2xy + 1)\mathbf{j}$.

- (a) Laske vektorikentän viivaintegraali

$$\int_C \mathbf{F}(x, y) \cdot d\mathbf{r},$$

kun C on jana pisteestä $(0, 1)$ pisteeseen $(1, -1)$.

- (b) Laske vektorikentän viivaintegraali

$$\int_C \mathbf{F}(x, y) \cdot d\mathbf{r},$$

kun C on parametrisoitu käyrä $\mathbf{r}(t) = t^2 \mathbf{i} + (1 - 2t^3) \mathbf{j}$, jossa $t \in [0, 1]$.

- (c) Onko vektorikenttä $\mathbf{F}(x, y)$ konservatiivinen?

4. Määritä sylinterin $x^2 + y^2 = 2y$, kartion $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$ ja tason $z = 0$ rajoittaman alueen tilavuus.