

2. välikoe 23.10.2014

Kokeessa ei saa käyttää laskimia.

1. Määritä vektorikentän

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \frac{2xy}{z^2} \mathbf{i} + \frac{x^2 - 2y}{z^2} \mathbf{j} + 2 \frac{y^2 - x^2y}{z^3} \mathbf{k}$$

divergenssi ja roottori.

2. (a) Parametrisoi pinta  $\mathcal{S}$ , kun  $\mathcal{S}$  on paraboloidin  $x = y^2 + z^2$  se osa, joka on pallon  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$  sisällä.  
(b) Laske vektorikentän  $\mathbf{F}(x, y, z) = (2x + y)\mathbf{i} + 3z\mathbf{j} - 2y\mathbf{k}$  vuo pinnan  $\mathcal{S}$  läpi positiivisen  $x$ -akselin suuntaan.

3. Määritä ellipsin

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \left( \frac{x-1}{3} \right)^2 + \left( \frac{y-1}{2} \right)^2 \leq 1 \right\}$$

pinta-ala käyttäen Greenin lausetta

4. Laske käyttäen Gaussin lausetta

$$\iint_{\mathcal{S}} (x^2 + y^2) dS,$$

jossa  $\mathcal{S}$  on pallopinta  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ .