

MS-A0509 Grundkurs i sannolikhetskalkyl och statistik
Mellanföreläsning och tentamen 12.3.2014

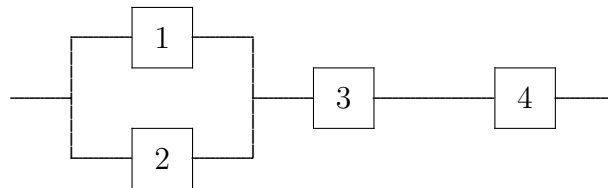
*Skriv ditt namn, nummer och övriga uppgifter på varje papper!
Du får använda en räknare och Ilkka Mellins tabeller och "formelsamling".*

Mellanföreläsning 1: Uppgifterna 1,2,3,4

Mellanföreläsning 2: Uppgifterna 5,6,7,8

Tentamen: Välj 5 av uppgifterna 1,3,4,5,7,8

1. Antag att A och B är händelser så att $0 < \Pr(A) < 1$ och $0 < \Pr(B) < 1$. Följer det av antagandet att $\Pr(A|B) = \Pr(A|B^c)$ att A och B är oberoende? Motivera ditt svar!
2. Bilden visar ett system som består av 4 komponenter som alla fungerar oberoende av varandra med sannolikheten p . Vad är sannolikheten att systemet fungerar, dvs. att det finns en "fungerande väg" genom systemet då $p = 0.9$?



3. Antag att vi vet att 2% av exemplaren av typ A av en produkt har något fel medan 10% av typ B av samma produkt har något fel. Dessutom vet vi att 30% av de tillverkade exemplaren är av typ A och resten av typ B . Om vi nu har ett felfritt exemplar av produkten, vad är sannolikheten att den är av typ A ?
4. Frekvensfunktionen för den tvådimensionella diskreta slumpvariabeln (X, Y) är

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{48}(x + y), & 0 \leq y \leq x \leq 3, \quad x \text{ och } y \text{ heltal,} \\ 0 & \text{annars.} \end{cases}$$

- (a) Kontrollera att f_{XY} är en frekvensfunktion.
 - (b) Bestäm $E(X|Y = 2)$.
5. Vi antar att en slumpvariabel X är exponentialfördelad med parametern λ så att täthetsfunktionen är $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ och väntevärdet $E(X) = \frac{1}{\lambda}$. Av denna slumpvariabel har vi fått ett observerat stickprov med värdena 0.05, 0.15, 6.4, 0.6 och 0.8.
 - (a) Använd momentmetoden för att räkna ut ett estimat för λ .
 - (b) Förklara varför "maximum likelihood"-metoden alltid ger samma svar som momentmetoden för exponentialfördelningen.

6. En torghandlare hävdar att det i varje morotspåse finns minst 500 g morötter. Mängden morötter i en påse varierar förstås slumpmässigt och vi kan anta vikten är normalfördelad. Om vi skall ta ett stickprov och genomföra en hypotesprövning, så vad är nollhypotesen? När vi tagit ett stickprov med 36 påsar blev stickprovsmedelvärdet 498 och stickprovsvariansen 27 g². Testa nollhypotesen på 5% och 1% signifikansnivå.

7. Inför ett val förväntas kandidat X ha ett lika stort stöd inom området A som inom området B. Av 300 tillfrågade personer i området A sade sig 58% stöda kandidat X medan av 200 tillfrågade personer i området B sade sig 48% stöda kandidat X. Vad är nollhypotesen i detta fall? Testa nollhypotesen på signifikansnivån 1%.

8. Följande data har insamlats:

x	-3	0	1	2
y	6.7	1.3	1.2	-1.2

Antag att talen y_i är observerade värden av slumpvariablerna $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i$ där $\epsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ är oberoende av varandra. Bestäm med minsta kvadratmetoden estimat för regressionskoefficienterna β_0 och β_1 och pröva på signifikansnivån 0.05 nollhypotesen $\beta_1 = 0$. Du kan använda dig av att $\sum_{i=1}^4 (y_i - \bar{y})^2 = 33.46$ och $\sum_{i=1}^4 x_i y_i = -21.3$.