



Diskreetin matematiikan perusteet / Syksy 2014
Tentti, ti 11.11.2014 klo 16:30–19:30

Ei laskimia, ei taulukkokirjoja.

- Tentti: valitse vapaasti viisi tehtävää, kolme tuntia aikaa.
- Ensimmäinen välikoe: tehtävät 1–3, kaksi tuntia aikaa.
- Toinen välikoe: tehtävät 1, 4, 5, 6; kolme tuntia aikaa.
- Merkitse paperiin mitä suoritusta olet tekemässä (esim. ”Välikoe 2 + tentti”).
- Jos palautat ensimmäisen välikokeen kahden tunnin kohdalla ja jätät yrittämään tenttiä: merkitse ensimmäiseen palautukseen ”Välikoe 1 (+ tentti)” ja jälkimmäiseen palautukseen ”Tentti (+ välikoe 1)”.

A!

Aalto-yliopisto

Diskreetin matematiikan perusteet / Syksy 2014**Tentti, ti 11.11.2014 klo 16:30–19:30****Tehtävä 1:**

- a) Olkoot A , B ja C joukkoja siten, että $A = B - C$. Päteekö tällöin väite $B = A \cup C$? Jos pätee, todista se. Jos ei, anna konkreettinen vastaesimerkki. Pelkkä Venn-diagrammi ei riitä. (4p)

- b) Todista induktiolla, että n :n ensimmäisen parittoman luonnollisen luvun summa on n^2 . (2p)

$$\sum_{i=0}^n (2i+1) = n^2$$

$$\begin{aligned} & (n+1)^2 + (2(n+1)+1) \\ &= (n+1)^2 + (2n+3) \\ &= n^2 + 2n + 1 + 2n + 3 \\ &= n^2 + 4n + 4 = (n+2)^2 \end{aligned}$$

Tehtävä 2:

- a) Onko funktio $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(n) = n^2$ injektio? Entä surjektio? Perustele tarkasti. (2p)
- b) Luettele kaikki joukossa $\{a, b\}$ määritellyt relaatiot (haluamassasi muodossa) ja kerro kustakin relaatiosta onko se transitiivinen. Pelkkä vastaus riittää. (4p)

Tehtävä 3: (2p / kohta)

- a) Monelleko funktiolle $f: \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ pätee $|f^{-1}(\{2\})| = 4$?
- b) Monessako 10-numeroisessa kymmenjärjestelmän luvussa on täsmälleen kolme kuutosta eikä yhtään nollaa?
- c) Moniko seitsemän pituinen bittijono alkaa ykkösellä tai loppuu ykkösellä tai sisältää täsmälleen neljä ykköstä?

Käännä!

A?**Diskreetin matematiikan perusteet / Syksy 2014****Tentti, ti 11.11.2014 klo 16:30–19:30**

Aalto-yliopisto

Tehtävä 4: Suoraan tankoon, joka on poikkileikkaukseltaan ympyrä, on piirretty $n - 1$ ympyrää, jotka jakavat tangon n :ään yhtä pitkään osaan. Tankoa voidaan liikutella vapasti kolmiulotteisessa avaruudessa.

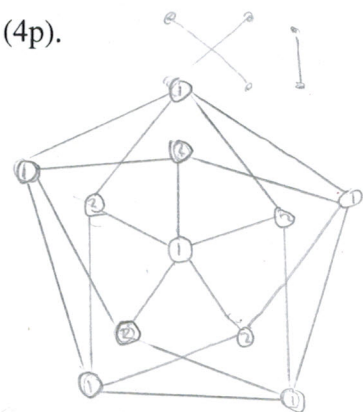
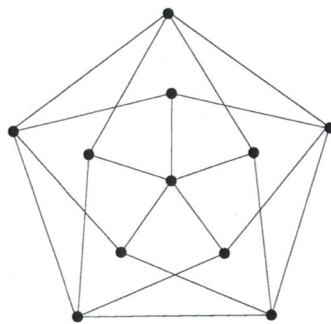
- a) Mitkä permutaatioryhmän S_n alkiot muodostavat tangon symmetriaryhmän? Tarkastele erikseen tapaukset n parillinen ja n pariton. (4p)
- b) Monellako olennaisesti eri tavalla tangon osat voidaan värittää q :lla värillä? (2p)

Tehtävä 5:

- a) Määritä Eukleideen algoritmilla $\text{sy}(23, 25)$. (2p)
- b) Määritä a-kohtaa hyödyntäen alkion 23 käänteisalkio joukossa \mathbb{Z}_{25} . Perustelee, miksi löytämäsi alkio on etsitty käänteisalkio. (4p)

Tehtävä 6:

- a) Määrittele verkon kromaattinen luku. (2p)
- b) Perustelee, miksi alla olevan verkon kromaattinen luku on neljä (4p).



$$3^2 = \frac{1}{2}(2^2 + 2^1) = \frac{1}{2}(4+2) = 3$$

$$4^2 = \frac{1}{2}(2^2 + 2^4) = \frac{1}{2}(4+16) = 10$$