

1. Olkoon X satunnaismuuttuja, jolla on pistetodennäköisyysfunktio

$$p(x) = \begin{cases} (\frac{1}{2})^x, & x \in \{1, 2, 3, \dots\}, \\ 0, & \text{muuten.} \end{cases}$$

Mikä on satunnaismuuttujan $Y = X^3$ pistetodennäköisyysfunktio?

2. Vastaa lyhyesti (muutamilla lauseilla) seuraaviin tilastolliseen testaukseen ja estimointiin liittyviin kysymyksiin:
- (a) Mikä on tilastollisen testin p -arvo?
 - (b) Mitä tarkoitetaan tasaisesti voimakkaimmalla (uniformly most powerful) tason α testillä?
 - (c) Mitä tarkoitetaan estimaatin luottamusvälillä?
3. Olkoon X satunnaismuuttuja, jolla on momenttifunktio $M_X(t)$. Osoita että $M_X(0) = 1$.
4. Olkoot x_1, x_2, \dots, x_n satunnaismuuttujan X toisistaan riippumattomat havaitut arvot. Oletetaan, että X on normaalijakautunut parametrein μ ja σ^2 . Tällöin muuttujan X tiheysfunktio

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

- (a) Osoita, että otoskeskiarvo on parametrin μ harhaton estimaatti.
 - (b) Osoita, että otoskeskiarvo on parametrin μ suurimman uskottavuuden estimaattori.
5. Esitä stokastisen riippumattomuuden määritelmä ja kirjoita lyhyesti (noin 1 sivu) riippumattomuudesta, korrelaatiosta ja kausaalisuudesta tilastotieteessä.
6. Osoita (antamalla esimerkki) että on mahdollista, että X_n konvergoi stokastisesti (converges in probability) kohden muuttujaa X , mutta $g(X_n)$ ei konvergoi stokastisesti kohden muuttujaa $g(X)$.