

**A!**

Aalto-yliopisto

**Diskreetin matematiikan perusteet (I / 14–15)****Tentti, ti 5.5.2015 klo 16:00–19:00**

Valitse vapaasti viisi tehtävää, jotka arvostellaan. Kukin tehtävä on kuuden pisteen arvoinen, alakohtat tasa-arvoiset. Ei laskimia, ei taulukoita.

**Tehtävä 1:**

- a) Todista induktiolla, että  $\sum_{k=1}^n k \cdot k! = (n+1)! - 1$  pätee kaikilla  $n \in \mathbb{N}$  ( $n \geq 1$ ).
- b) Olkoon  $A = \{a, b, c, d, e\}$ . Määritellään ekvivalenssirelaatio  $\sim$  potenssijoukossa  $\mathcal{P}(A)$  asettamalla  $X \sim Y$  jos ja vain jos  $|X| = |Y|$ . Montako ekvivalenssiluokkaa tällä relaatiolla on? (Pelkkä vastaus riittää.)

**Tehtävä 2:** Olkoot  $f: A \rightarrow B$  ja  $g: B \rightarrow C$  funktioita ja olkoon  $h: A \rightarrow C$  yhdistetty funktio  $h(x) = g(f(x))$ .

- a) Todista: jos  $f$  ja  $g$  ovat injektioita, niin  $h$  on injektio.
- b) Voiko  $h$  olla injektio, vaikka  $g$  ei olisi injektio? Perustele!

**Tehtävä 3:**

- a) Monelleko funktiolle  $f: \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  pätee  $|f^{-1}(\{2\})| = 4$ ? (Huom. tässä  $f^{-1}$  tarkoittaa alkukuvaa eikä käänteisfunktiota.)
- b) Monessako 10-numeroisessa kymmenjärjestelmän luvussa on täsmälleen kolme kuutosta eikä yhtään nollaa?
- c) Moniko seitsemän pituinen bittijono alkaa ykkösellä tai loppuu ykkösellä tai sisältää täsmälleen neljä ykköstä?

Anna vastauksesi muodossa, josta lopullinen numeroarvo voitaisiin laskea laskimella, esim.  $123! \cdot \binom{456}{789}$ .

**Käännä!**

**A?**

Aalto-yliopisto

**Diskreetin matematiikan perusteet (I / 14–15)****Tentti, ti 5.5.2015 klo 16:00–19:00**

**Tehtävä 4:** Montako kahdeksaan yhtäsuureen sektoriin leikattua pitsaa voidaan tehdä kolmesta täytteestä siten, että kukin sektori sisältää täsmälleen yhtä täytettä ja kaikkia täytteitä ei tarvitse käyttää?

**Tehtävä 5:**

- Määritä Eukleideen algoritmilla  $\text{sy}(12, 25)$ .
- Määritä a-kohtaa hyödyntäen alkion 12 käänteisalkio joukossa  $\mathbb{Z}_{25}$ . Perustele, miksi löytämäsi alkio on etsitty käänteisalkio.

**Tehtävä 6:** Osoita, että alla olevan verkon kromaattinen luku on neljä.

