

Laskinten käyttö tentissä ei ole sallittua.

Huom: jos et ole suorittanut kurssin pakollisia tietokonekotehtäviä, tenttiäsi ei tarkasteta.

1. (a) Laadi deterministinen äärellinen automaatti, joka tunnistaa kielen

$$\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ alkaa osajonolla } bab\}.$$

- (b) Laadi deterministinen äärellinen automaatti, joka tunnistaa kielen

$$\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ päättyy osajonoon } bab\}.$$

- (c) Laadi deterministinen äärellinen automaatti, joka tunnistaa kielen

$$\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ ei sisällä osajonoa } bab\}.$$

- (d) Laadi epädeterministinen automaatti, joka tunnistaa kielen

$$\{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ sisältää osajonon } 111 \text{ tai } 011 \text{ (tai molemmat)}\}.$$

Anna lisäksi deterministinen versio automaattistasi.

10 pistettä

2. (a) Muodosta säännöllinen lauseke, joka kuvaa kielen

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ loppuu eri merkkiin kuin alkaa}\}$$

- (b) Tarkastellaan aakkoston $\{0, 1\}$ säännöllistä lauseketta $(0 \cup 1)^* 1(0 \cup 1)$. Muodosta deterministinen äärellinen automaatti, jossa on mahdollisimman vähän tiloja ja joka tunnistaa lausekkeen kuvaaman kielen.

- (c) Muodosta säännöllinen lauseke, joka kuvaa kielen

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ ei sisällä osajonoa } bab\}$$

Vihje: kannattaa mahdollisesti muodostaa lauseke edellisen tehtävän deterministisen äärellisen automaatin pohjalta.

10 pistettä

3. Tarkastellaan aakkoston $\{a, b, c\}$ kieltä

$$L = \{a^i (ca)^j b^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ ja } k = i + j\}.$$

- (a) Todista, että kieli ei ole säännöllinen.

- (b) Laadi yhteydetön kielioppi, joka kuvaa kielen.

- (c) Anna merkkijonon $acacabbb$ jäsenyyspuu kieliopissasi.
- (d) Onko kielioppisi Chomskyn normaalimuodossa? Perustele vastauksesi.
- (e) Onko kielioppisi LL(1)-kielioppi? Perustele vastauksesi lyhyesti.

12 pistettä

4. Suunnittele yksinauhainen deterministinen Turingin kone, joka tunnistaa aakkoston $\{a, b, c\}$ kielen

$$L = \{w cw \mid w \in \{a, b\}^*\}.$$

Kuvaile koneesi toimintaidea sanallisesti (enintään 10 lauseella) ja esitä sen laskennat syötteillä $bc b$ ja $ac ab$.

Onko koneesi totaalinen?

8 pistettä

5. (a) Kerro lyhyesti (korkeintaan 5 lauseella), mikä on "Churchin–Turingin teesi".
 (b) Määrittele käsitteet "rekursiivinen kieli" ja "rekursiivisesti numeroituvaa kieli".
 (c) Tarkastellaan kieltä

$$\{x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}^* \mid x \text{ on kahden alkuluvun tulo}\}.$$

Esimerkiksi merkkijono 15 kuuluu kieleen koska $3 \times 5 = 15$ mutta 16 ei kuulu kieleen. Onko kieli rekursiivinen? Perustele vastauksesi.

- (d) Todista seuraava väite joko todeksi tai epätodeksi.

Olkoot L_1 ja L_2 aakkoston Σ kieliä. Jos L_1 on yhteydetön ja L_2 on rekursiivinen, niin silloin myös kieli $L_1 \cap L_2$ on yhteydetön.

10 pistettä

6. Tarkastellaan seuraavaa päätösongelmaa

Annettuna Turingin kone M . Onko koneen hyväksymä kieli yhteydetön kieli?

eli kieltä

$$L_{\text{cfg}} = \{c \in \{0, 1\}^* \mid \text{Turingin koneen } M_c \text{ hyväksymä kieli on yhteydetön}\}$$

missä M_c tarkoittaa merkkijonon c kuvaamaa Turingin konetta.

Todista, että kieli L_{cfg} on ratkeamaton (eli ei-rekursiivinen). Jos käytät Ricen lausetta (ei ole välttämätöntä), määrittele myös Ricen lause ja siihen liittyvät käsitteet "semanttinen ominaisuus" ja "triviaali semanttinen ominaisuus".

9 pistettä

7. Mihin kellonaikaan lopetit tenttitehtäviin vastaamisen?

1 pistettä