



Aalto-yliopiston perustieteiden korkeakoulu  
Matematiikan ja systeemianalyysin laitos

MS-A0203 Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 Malinen/Husgafvel

Välikoe 1

17.04.2015

Laskimet ja taulukot kiellettyjä

- a) Päistään kiinnitetty köysi asettuu luonnollisesti ns. *ketjukäyräksi*, jonka määrää yhtälö  $y = \cosh x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ . Hahmottele käyrä, ja määritä käyrän jokin parametrisaatio  $\mathbf{r}(t)$  pisteestä  $(0, 1)$  pisteeseen  $(1, \cosh 1)$ .  
b) Määritä käyrän kaarenpituus annettujen pisteiden välillä. Vinkkejä integrointiin:  $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$  ja  $\frac{d}{dx} \cosh x = \sinh x$ .

2. Laske raja-arvo

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,3)} \frac{3(y-3)^2 \sin^2(x)}{2x^4 + 2(y-3)^4}$$

mikäli se on olemassa, tai perustele miksi raja-arvoa annettussa pisteessä ei ole olemassa.

3. Tarkastellaan yhtälön  $x^2 - y^2 = 1$  määräämää tasa-arvokäyrää eli hyperbeliä. Hahmottele ensin käyrän kulkua  $xy$ -tasossa.

Määritä sitten hyperbelin oikeanpuoleisen haaran (eli kun  $x \geq 1$ ) jokaisessa pisteessä  $P$  yksikkönormaalivektori  $\mathbf{n} = \mathbf{n}(P)$ .