

**Välikoe/Mellanförhör/Midterm exam 1 (28.9.2015, 18-20)**

Pisteitä myös hyvästä yrityksestä! Laskimet ja kirjallisuus kielletty.  
Poäng också för goda försök! Kalkylator och litteratur är förbjudna.  
Points also for good effort! Calculators and literature forbidden.

1. Laske signaalin  $s : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  Fourier-muunnos, missä  $s(t) = 1$  kun  $|t| \leq 2015$ , ja  $s(t) = 0$  kun  $|t| > 2015$ . Sievennä tulos realiseksi! (Huomaa, että taajuudet  $\nu = 0$  ja  $\nu \neq 0$  on käsiteltävä erikseen!)
2. Mitä tarkoittaa, että "Fourier-muunnos säilyttää energian"? Laske signaalin  $s : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  energia, missä

$$s(t) = \int_{\mathbb{R}} e^{it\cdot\alpha} e^{-|\alpha|} d\alpha.$$

(Vihje: Energian säilyminen voi helpottaa tässä.)

3. Tiedetään, että  $\hat{r} = r$ , kun  $r(t) = e^{-\pi t^2}$ . Etsi differentiaaliyhtälön

$$s(t) - s''(t) = e^{-\pi t^2}$$

ratkaisu  $s$  muodossa

$$s(t) = \int_{\mathbb{R}} e^{i2\pi t \cdot \nu} \hat{s}(\nu) d\nu$$

eli etsi  $\hat{s}(\nu)$ .

1. Räkna Fourier-transformen av signalen  $s : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ , där  $s(t) = 1$  om  $|t| \leq 2015$ , och  $s(t) = 0$  om  $|t| > 2015$ . Skriv ditt svar med reella värden! (Obs! Frekvenserna  $\nu = 0$  och  $\nu \neq 0$  måste behandlas separat!)
2. Vad menar man med att "Fourier-transformen bevarar energin"? Beräkna energin av signalen  $s : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ , där

$$s(t) = \int_{\mathbb{R}} e^{it\cdot\alpha} e^{-|\alpha|} d\alpha.$$

(Tips: Bevarandet av energin kan vara till hjälp här.)

3. Vi vet att  $\hat{r} = r$ , när  $r(t) = e^{-\pi t^2}$ . Sök lösningen  $s$  till differentialekvationen

$$s(t) - s''(t) = e^{-\pi t^2}$$

i formen

$$s(t) = \int_{\mathbb{R}} e^{i2\pi t \cdot \nu} \hat{s}(\nu) d\nu,$$

det vill säga: Räkna ut  $\hat{s}(\nu)$ .

- 
1. Find the Fourier transform of the signal  $s : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ , where  $s(t) = 1$  when  $|t| \leq 2015$ , and  $s(t) = 0$  when  $|t| > 2015$ . Write your solution real-valued! (Notice that the frequencies  $\nu = 0$  and  $\nu \neq 0$  have to be handled separately!)
  2. What do we mean by the phrase “Fourier transform preserves energy”? Find the energy of the signal  $s : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ , where

$$s(t) = \int_{\mathbb{R}} e^{it \cdot \alpha} e^{-|\alpha|} d\alpha.$$

(Hint: Preservation of energy might help here.)

3. We know that  $\hat{r} = r$  when  $r(t) = e^{-\pi t^2}$ . Find the solution  $s$  to the differential equation

$$s(t) - s''(t) = e^{-\pi t^2}$$

in the form

$$s(t) = \int_{\mathbb{R}} e^{i2\pi t \cdot \nu} \hat{s}(\nu) d\nu,$$

that is, find  $\hat{s}(\nu)$ .