

Tentti 5.5.2015

Merkitse jokaiseen paperiin selvästi tunnistetiedot.

Kokeessa ei saa käyttää laskinta eikä muita apuvälineitä.

1. Parametrisoi käyrät:

- Jana pisteestä $(-1, 2, 5)$ pisteeseen $(1, 3, 4)$.
- Funktion $f(x) = 1/x^2$ kuvaaja $y = f(x)$ välillä $1 \leq x \leq 2$.
- Ympyrän kaari $\{(x, y) : x^2 + y^2 = 1, x > y > 0\}$.

2. Olkoon $\phi(x, y) = x^2 + y^2$, merkitään $\mathbf{F}(x, y) = \nabla\phi$, ja olkoon C neliö $\{(x, y) \in [-1, 1]^2 : |x| = 1 \text{ tai } |y| = 1\}$ positiiviseen suuntaan kierrettynä. Laske viivaintegraalit:

a)

$$\int_C \phi \, ds.$$

b)

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}.$$

3. Määritä vektorikentän $\mathbf{F}(x, y, z) = y\mathbf{i} + xz^2\mathbf{j} - x\mathbf{k}$ divergenssi ja roottori.

4. Määritä käyrän $\mathbf{r}(t) = \sin(2t)\mathbf{i} + \sin(t)\mathbf{j}$, kun $t \in [0, \pi]$, rajaaman alueen pinta-ala. **Vihje:** Voit käyttää hyväksesi Greenin lausetta ja vektorikenttää $\mathbf{F}(x, y, z) = \frac{1}{2}(-y, x)$.

5. Olkoon S pallopinta $x^2 + y^2 + z^2 = 3^2$. Laske vektorikentän $\mathbf{F}(x, y, z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ vuo pinnan S läpi, kun sylinteri on suunnistettu origosta ulospäin.