



Aalto-yliopisto

MS-A0305 / Syksy 2015

Välikoe 1, ke 30.09.15 klo 18:00–20:00

Ei laskimia, ei taulukkirjoja. Tehtävät eivät välttämättä ole vaikeusjärjestyksessä. Osittaisestakin ratkaisusta voi saada pisteitä.

Tehtävä 1: Tarkastellaan epähomogeenista kappaletta, jota rajoittavat paraboloidi $z = 16 - x^2 - y^2$ ja xy -taso. Kappaleen tiheys määräytyy kaavasta $f(x, y, z) = 8 + x + y$. Määritä kappaleen massa.

Tehtävä 2: Tutki ovatko seuraavat vektorikentät konservatiivisia.

a)

$$\mathbf{F}(x, y) = (x^2 - yx)\mathbf{i} + (y^2 - xy)\mathbf{j},$$

b)

$$\mathbf{F}(x, y) = (2xe^{xy} + x^2ye^{xy})\mathbf{i} + (x^3e^{xy} + 2y)\mathbf{j}.$$

Tehtävä 3: Olkoon $\phi(x, y) = x^2 + y^2$. Laske

a)

$$\int_C \phi \, ds,$$

b)

$$\int_C \nabla \phi \cdot d\mathbf{x},$$

kun C on yksikköympyrän kehän kaari pisteestä $(0, -1)$ pisteeseen $(0, 1)$ vastapäivään kierrettynä.