

Sallitut apuvälineet: kirjoitusvälineet ja funktiolaskin. Muun oman materiaalin tuominen ei sallittu. Kokeen viimeisellä sivulla on muistin tueksi kaavoja ja tarvittavia vakioita. Perustele vastauksissasi käyttämäsi kaavat ja ratkaisujen välivaiheet. Esittele vastauksessasi esiintyvät symbolit ja niiden merkitykset. Ratkaise jokainen tehtävä omalle sivulleen. Kaikissa tehtävissä vastauksista arvioidaan sekä esitystapa että sisällön oikeellisuus.

*On tärkeää että ainakin yrität jokaista tehtävää. Onnea!*

1. (a) Määrittele seuraavien termien/käsitteiden merkitys enintään noin 30 sanalla / termi. Pelkkä kaava ei ole riittävä vastaus. Merkittävästi ylipitkä vastaus vähentää pisteitä.  
A. keskeisvoima B. kineettinen energia C. massa

Vastaa seuraavaan kysymykseen maksimissaan noin. 200 sanalla. Merkittävästi ylipitkä tai heikosti jäsennely vastaus vähentää pisteitä. Voit käyttää vastauksesi tukena piirrosta, mutta pelkkä piirros ei ole riittävä vastaus.

- (b) Erään vauhtipyörän hitausmomentti halutaan maksimoida, pitäen samalla sen kokonaismassa mahdollisimman pienenä. Miten massan pitäisi jakautua vauhtipyörälle?
2. Erään sähköauton paino on 1000 kg. Sen maksiminopeus vaakasuoralla tiellä on 125 km/h, kun taas maksiminopeus on 115 km/h auton kiivetessä jyrkkyydeltään 5 % mäkeä. Kitkavoimat oletetaan vakiosuuruisiksi. Kuinka pitkälle sähköauto pystyy kiipeämään mäkeä, jos sillä on 54 kWh energiaa käytettävissään ja se kulkee maksiminopeudellaan?

*(NB: 1 % jyrkkyys määritellään kulmana  $\alpha$  vaakasuoraan nähden, jolle pätee  $\tan \alpha = 0.01$ )*

3. Eräeseen jouseen vaikuttaa yhtäaikaan palauttava voima  $-kx$  ja eräs konservatiivinen vakiovoima  $F$ . Molemmat voimat ovat  $x$ -suuntaisia.
- (a) Osoita että voimien yhteisvaikutusta voidaan kuvata potentiaalifunktiolla

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 - Fx - \frac{F^2}{2k}.$$

- (b) Voiko voimien superpositiota kuvaavalla potentiaalifunktiolla olla muitakin funktionaalisia muotoja eli onko se yksikäsitteinen? Perustele.