



MS-A0305 / Syksy 2015

Välikoe 2, to 22.10.15 klo 9:00–12:00

Ei laskimia, ei taulukkokirjoja. Tehtävät eivät välttämättä ole vaikeusjärjestyksessä. Osittaises-takin ratkaisusta voi saada pisteitä.

**Tehtävä 1:** Olkoon  $S$  kartio  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  välillä  $0 \leq z \leq 1$  ja  $\phi(x, y, z) = x + z$ .

(a) Laske pintaintegraali

$$\iint_S \phi \, dS.$$

(b) Laske vuointegraali

$$\iint_S \nabla \phi \cdot d\mathbf{S}$$

suunnistettuna kartiosta ulospäin.

**Tehtävä 2:** Laske vektorikentän  $\mathbf{F} = yz\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + yz\mathbf{k}$  divergensi ja roottori.

**Tehtävä 3:** Laske Greenin kaavaa käyttäen vektorikentän  $\mathbf{F} = (3x^2y - y^3)\mathbf{i} + (2x^3 - y^3 - y)\mathbf{j}$  viivaintegraali

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r},$$

kun  $C$  on puolikiekon  $x^2 + y^2 \leq a^2$ ,  $y \geq 0$  reuna vastapäivään kiertäen.

**Tehtävä 4:** Laske Gaussin divergenssilausesta ja funktiota  $\mathbf{F} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$  käyttäen tasolla leikatun kartion  $z \geq \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $0 \leq z \leq h$  tilavuus.

**Vihjeitä:**

Gaussin kaava:

$$\iiint_D \operatorname{div} F \, dV = \iint_S F \cdot \hat{\mathbf{N}} \, dS$$

Greenin kaava:

$$\iint_D \operatorname{curl} F \cdot \mathbf{k} \, dA = \oint_C F \cdot d\mathbf{r}$$