

4. (a) *Faradayn induktiolaki* ilmaisee, että pinnan läpi kulkevan magneettivuon muutos synnyttää sähkömotorisen voiman pinnan reunakäyrälle. Lain miinusmerkki antaa sähkömotorisen voiman suunnan (eli Lenzin lain: johtavaan aineeseen sähkömotorinen voima herättää virran, jonka synnyttämä magneettikenttä vastustaa alkuperäistä magneettivuon muutosta).
- (b) Aine on *hyvä johde*, kun aineessa johtavuusvirta on paljon suurempi (esim. satakertainen) kuin siirrosvirta eli $\sigma \gg \omega \epsilon_0 \epsilon_r$.
- (c) Annettu tasoaalto on *vasenkätisesti elliptisesti polarisoitunut*, kun kätsisyys määritellään suhteessa aallon etenemissuuntaan (+z).
- (d) *Kokonaisheijastuksen rajakulmaa* suuremmassa tulokulmassa rajapintaan osuvien aaltojen teho heijastuu täysin. Rajakulma on olemassa, jos taitekerroin aallon tulopuolella on suurempi kuin läpäisyalueella.
- (e) Aaltoputkessa *TM-aaltomuotojen* eli poikittaisten TM-ominaiskenttäratkaisujen magneettikentällä ei ole putken pituussuuntaista komponenttia mutta sähkökentällä on.
- (f) *Antennin vahvistus* kuvaa, mikä on antenniin syötetyn tehon synnyttämän suurimman tehotiheyden suhde häviöttömään isotrooppiseen säteilijään *syötetyn* samansuuruisen tehon synnyttämään tehotiheyteen antennin kaukokentässä (vahvistus ottaa antennin häviöt huomioon).
5. (a) Koska aalto tulee kohtisuorasti rajapintaan ($\theta_i = 0 \implies \theta_t = 0$), oppikirjan mukaiset KP- ja YP-kertoimet yhtyvät. Heijastus- ja läpäisykertoimet ovat ($\eta_1 = \eta_0 \approx 376.7 \Omega$, $\eta_2 = \eta_0 / \sqrt{\epsilon_r} \approx 188.4 \Omega$)

$$\Gamma = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} = \frac{1 - \sqrt{\epsilon_r}}{1 + \sqrt{\epsilon_r}} = -1/3 \quad \text{ja} \quad \tau = 1 + \Gamma = 2/3.$$

- (b) Läpäissyt sähkökenttäosoitin on ($k_2 = \omega \sqrt{\mu_2 \epsilon_2} = k_0 \sqrt{\epsilon_r}$)

$$\tilde{\mathbf{E}}^t = \hat{\mathbf{y}} \tau E_0 e^{-jk_2 z} = \hat{\mathbf{y}} \tau E_0 e^{-jk_0 \sqrt{\epsilon_r} z} \quad (z \geq 0).$$

Vastaava magneettikenttäosoitin

$$\tilde{\mathbf{H}}^t = \frac{1}{\eta_2} \hat{\mathbf{z}} \times \tilde{\mathbf{E}}^t = -\hat{\mathbf{x}} \frac{\tau E_0 \sqrt{\epsilon_r}}{\eta_0} e^{-jk_0 \sqrt{\epsilon_r} z} \approx -\hat{\mathbf{x}} \left(2.8 \frac{\text{A}}{\text{m}} \right) e^{-j(120 \text{ rad/m}) z} \quad (z \geq 0).$$

- (c) Keskimääräinen dielektrisessä aineessa etenevä tehotiheys

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{\text{av}} &= \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \tilde{\mathbf{E}}^t \times \tilde{\mathbf{H}}^{t*} \right\} = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \hat{\mathbf{y}} \tau E_0 e^{-jk_0 \sqrt{\epsilon_r} z} \times \left(-\hat{\mathbf{x}} \frac{\tau E_0 \sqrt{\epsilon_r}}{\eta_0} e^{+jk_0 \sqrt{\epsilon_r} z} \right) \right\} \\ &= \hat{\mathbf{z}} \frac{\tau^2 E_0^2 \sqrt{\epsilon_r}}{2\eta_0} \approx \hat{\mathbf{z}} 760 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad (z \geq 0). \end{aligned}$$

6. (a) Koska $a > b$, perusmuoto on TE₁₀. *Muodon* katkooaalto luku $k_c = \pi/a \approx 78.5 \text{ rad/m}$. Yhtälöstä $k^2 = \omega^2 \mu \epsilon = (\omega/u_{p0})^2 = k_c^2 + \beta^2$ saadaan *muodon* etenemiskerroin

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{(\omega/c)^2 - (\pi/a)^2} \approx 69 \frac{\text{rad}}{\text{m}}.$$

(Muodon katkootaajuus $f_{10} = c/(2a) \approx 3.7 \text{ GHz}$ ja seuraavan muodon katkootaajuus $f_{01} = c/(2b) \approx 6.8 \text{ GHz}$, joten toimintataajuus on hyvä suhteessa putken mittoihin.)

- (b) Osoitin on

$$\tilde{\mathbf{E}} = \hat{\mathbf{y}} E_0 \sin(k_c x) e^{-j\beta z} = \hat{\mathbf{y}} E_0 \sin(\pi x/a) e^{-j\beta z}.$$

(Tämän sai joko muistaa tai rakentaa siitä tiedosta, että aaltomuotojen indeksit ilmaisevat puolikkaiden aallonpituuksien määrää putken poikittaissuunnissa.)

- (c) *Muodon* ryhmänopeus toimintataajuudella

$$u_g = \frac{1}{d\beta/d\omega} = \frac{\beta}{k} u_{p0} = c \sqrt{1 - (k_c/k)^2} \approx 2.0 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$