Aalto-yliopisto

MS-A0202 / Syksy 2015

Välikoe 1, ke 30.09.15 klo 18:00–20:00

Ei laskimia, ei taulukkokirjoja. Tehtävät eivät välttämättä ole vaikeusjärjestyksessä. Osittaisestakin ratkaisusta voi saada pisteitä.

Tehtävä 1: Olkoot C_1 jana, jonka parametrisointi on $\mathbf{r}_1(t) = t\mathbf{i} + 2t\mathbf{j}$, ja C_2 paraabelin kaari, jonka parametrisointi on $\mathbf{r}_2(t) = t\mathbf{i} + 3t^2\mathbf{j}$ ja C_3 käyrä, jonka parametrisointi on $\mathbf{r}(t) = t\mathbf{i} + t^{3/2}\mathbf{j}$.

a) Laske käyrien C_1 ja C_3 kaarenpituudet x-akselin välillä $[0, 2]$

b) Osoita että funktio $f(x, y) = \frac{x^2y}{2x^4+3y^2}$ ei ole jatkuva pisteessä $(0, 0)$, käyttäen hyväksi käyriä C_1 ja C_2.

Tehtävä 2: Osoita, että funktio $f(x, y) = 3x^2y - y^3$ toteuttaa Laplacen yhtälön

$$\Delta f = 0,$$

kun $\Delta f = \nabla \cdot \nabla f = \frac{\partial^2}{\partial x^2} f + \frac{\partial^2}{\partial y^2} f$.

Tehtävä 3: Määritellään pinta

$$z = f(x, y) = x^2 + y^3 \sin(\pi x).$$

Määritä tämän pinnan tangenttitason yhtälö pisteessä $P = (1, 1)$, ja approksimoi linearisoimalla funktion f arvoa pisteessä $(1.1, 0.9)$.