

Kirjoita selvästi jokaiseen vastauspaperiin:

- Kurssin koodi, päivämäärä, kokeen tyyppi (välikoe 1)
- Opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- Koulutusohjelma ja vuosikurssi
- Nimikirjoitus

Vastausohje: Vastaa lyhyesti ja ytimekkäästi, mutta perustele ratkaisusi (paitsi tehtävässä 1). Pelkkä lukuarvo vastauksena ei anna pisteitä. Kokeessa on 4 tehtävää, jokaisesta saa 0–6 pistettä.

Sallitut apuvälineet: Laskin, Mellinin tilastolliset taulukot, ja a4-muistilappu (käsinkirjoitettu, tekstiä vain toisella puolella, oikeassa yläkulmassa opiskelijan nimi)

-
1. Ovatko seuraavat väittämät totta? Vastaa **1** = Totta, **x** = Vastausta ei tunneta annettujen tietojen pohjalta, tai **2** = Tarua. (1 p/kohta)
- (a) Olkoot X_1 ja X_2 satunnaislukuja, joiden odotusarvot ovat $E[X_1] = \mu_1$ ja $E[X_2] = \mu_2$. Silloin satunnaisluvun $X_1 - X_2$ odotusarvo on $\mu_1 - \mu_2$.
 - (b) Olkoot X_1 ja X_2 satunnaislukuja, joiden varianssit ovat $\text{Var}(X_1) = \sigma_1^2$ ja $\text{Var}(X_2) = \sigma_2^2$. Silloin satunnaisluvun $X_1 + X_2$ varianssi on $\sigma_1^2 + \sigma_2^2$.
 - (c) Olkoon X ei-negatiivisia kokonaislukuarvoja saava satunnaisluku. Silloin X :n pistetodennäköisyydet ja X :n odotusarvo voidaan ilmaista todennäköisyydet generoivan funktion $G_X(t) = E[t^X]$ avulla.
 - (d) Minkä tahansa diskreetin satunnaisvektorin $X = (X_1, \dots, X_n)$ reunapistetodennäköisyysfunktio voidaan laskea sen yhteispistetodennäköisyysfunktion avulla.
 - (e) Kaikille riippumattomille tapahtumille A ja B , joille $\Pr(B) > 0$, on ehdollinen todennäköisyys $\Pr(A|B)$ yhtäsuuri kuin todennäköisyyksien tulo $\Pr(A)\Pr(B)$.
 - (f) Jos X_1, X_2, \dots ovat riippumattomia satunnaislukuja, jotka noudattavat samaa jakaumaa, jonka odotusarvo on μ , niin todennäköisyydellä 1 keskiarvot $\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_j$ lähestyvät odotusarvoa μ kun n lähestyy ääretöntä.

Vihje: Ole erityisen tarkka ja huolellinen.

2. Internetpalvelu antaa käyttäjälle ehdotuksen satunnaisesti 6 merkkiä pitkäksi salasanaaksi. Ehdotettu salasana on valittu tasaisen satunnaisesti siten, että kukin merkki on joko yksi 26 mahdollisesta kirjaimesta (a–z) tai yksi 10 mahdollisesta numerosta (0–9). Laske todennäköisyydet seuraaville tapahtumille:
- (a) ehdotetussa salasanassa on vähintään yksi numero, (2 p)
 - (b) ehdotetussa salasanassa on täsmälleen kaksi numeroa, (2 p)
 - (c) ehdotetussa salasanassa on viisi numeroa peräkkäin. (2 p)

3. Skeptiikan tentissä on kuusi kysymystä, joista jokaiseen tulee valita kahdesta vastausvaihtoehdosta oikea. Jokaisesta oikeasta vastauksesta saa yhden pisteen. Tenttiin osallistuu kahdenlaisia opiskelijoita: ahkeria ja laiskoja. Ahkera opiskelija on valmistautunut tenttiin huolellisesti ja vastaa kuhunkin tehtävään oikein todennäköisyydellä 0.9, kun taas laiska opiskelija vastaa jokaiseen kysymykseen umpimähkään tasaisen satunnaisesti. Kurssipalautteen perusteella tentin järjestäjä arvioi, että ahkerien opiskelijoiden osuus tenttiin osallistujista on $2/3$.

- (a) Millä todennäköisyydellä ahkera opiskelija saa tentistä täsmälleen puolet pisteistä? (1 p)
- (b) Millä todennäköisyydellä satunnaisesti valittu opiskelija saa tentistä täsmälleen puolet pisteistä? (2 p)
- (c) Millä todennäköisyydellä opiskelija, joka on saanut tentistä täsmälleen puolet pisteistä, on laiska? (3 p)

4. Vedättäjät Oy myy leivänpaahtimia, joiden toiminta-aika kuukausina noudattaa jatkuvaa jakaumaa, jonka tiheysfunktio on

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{7}e^{-t/7}, & t > 0, \\ 0, & t \leq 0. \end{cases}$$

Yritys myöntää leivänpaahtimille kolmen vuoden takuun, mutta takuukuitit tulostetaan paperille, josta muste haihtuu lukukelvottomaksi kahden kuukauden sisällä.

- (a) Millä todennäköisyydellä uusi leivänpaahtin rikkoutuu kahden kuukauden aikana, jolloin asiakkaalla on mahdollista vaatia korjausta takuukuittiin vedoten? (2 p)
- (b) Millä todennäköisyydellä asiakkaan hankkima leivänpaahtin pysyy ehjänä koko takuuajan? (2 p)
- (c) Laske todennäköisyys, että takuuajan ehjänä pysynyt leivänpaahtin rikkoutuu kahden kuukauden sisällä takuuajan umpeutumisesta. (2 p)