

MS-A0201 Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (TFM)

2. välikoe 15.2.2016 klo 9–12.

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukoita. Täytä kaikki otsaketiedot kaikkiin vastauspapereihin.

- Tarkastellaan "solmukäyrää" $(x^2 - 1)^2 - y^2(3 + 2y) = 0$.
 - Kääntöpuolen kuvion perusteella käyrä leikkaa itseään pisteissä $(0, -1)$ ja $(\pm 1, 0)$. Miten tämä näkyy käyrän yhtälössä, kun sitä tutkitaan gradientin avulla?
 - Kuvion perusteella käyrällä on vaakasuora tangentti kolmessa eri pisteessä. Määritä näiden pisteiden koordinaatit (laskemalla). Hankalan yhtälön ratkaisuksi riittää kuvioon perustuva arvaus ja tarkistus.
- Suorakulmaisen särmiön kolme sivua sijaitsevat positiivisilla koordinaattiakseleilla ja origon vastainen kärki on tasolla $x + 2y + 3z = 18$. Määritä särmiön suurin mahdollinen tilavuus xyz (esimerkiksi Lagrangen menetelmän avulla).
- a) Urheiluhallin muotoa kuvaa (kummallisissa yksiköissä) pinta

$$z = f(x, y) = 2xy(1 - x)(2 - y), \text{ kun } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2.$$

Laske hallin tilavuus

$$V = \iint_D f(x, y) dA.$$

b) Laske funktion $f(x, y) = e^{-x-y}$ epäoleellinen integraali teräväkulmaisessa sektorissa D , jota rajaa positiivinen x -akseli ja vektorin $\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ suuntainen origosta alkava puolisuora (eli säde).

- Tarkastellaan tasoaluetta

$$D_a = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid y \geq 0, a^2 \leq x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

Määritä sellainen parametrin $0 < a < 1$ arvo, että alueen D_a keskiö on alueen sisäreunan pisteessä $(0, a)$, ts.

$$\frac{1}{A} \iint_{D_a} y dA = a.$$

Vastaukseksi riittää toisen asteen yhtälö parametrille a . Pinta-alaa ei tarvitse laskea integroimalla ja kaava $1 - a^3 = (1 - a)(1 + a + a^2)$ helpottaa sievennyksiä.

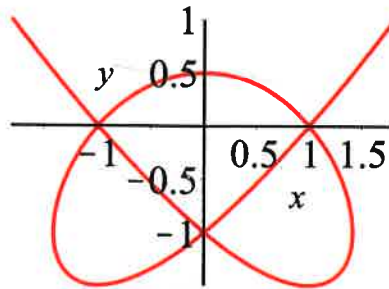
(Tulos: $a \approx 0,494$)

Kuvia kääntöpuolella!

Huom: Palautekyselyyn vastaamisesta saa yhden koepisteen!

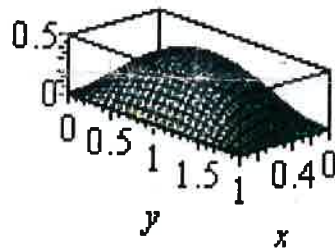
Tehtävä 1

```
> with(plots) : implicitplot((x^2 - 1)^2 - y^2 * (3 + 2*y) = 0, x=-2..2, y=-2..1,  
numpoints = 10000, color = red, scaling = constrained)
```



Tehtävä 3a

```
> plot3d(2*x*y*(1-x)*(2-y), x=0..1, y=0..2, scaling = constrained)
```



Tehtävä 4

```
> a := 0.494 : A := plot(sqrt(a^2 - x^2), x=-a..a, color = blue) :  
B := plot(sqrt(1 - x^2), x=-1..1, color = blue) :  
> C := textplot([[0.45, 0.6, "D", font = ["times", "italic", 18]])] :  
Da := textplot([[0.59, 0.53, "a", font = ["times", "italic", 15]])] :  
> display({A, B, C, Da}, scaling = constrained)
```

