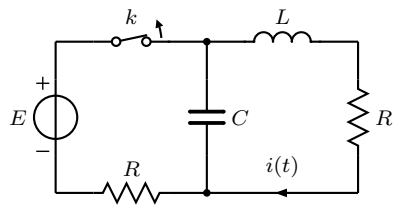
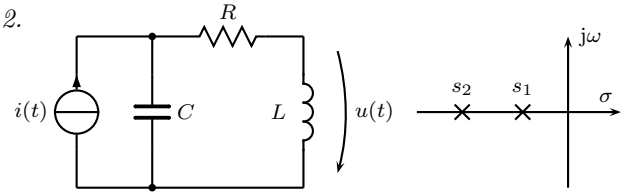
1.



Piiri on jatkuvuustilassa ennen kytkimen avaamista. Laske virta $i(t)$ kytkimen avaamisen jälkeen.

$$E = 12\,\mathrm{V} \quad C = 1\,\mathrm{mF} \quad L = 5\,\mathrm{mH}$$
$$R = 4\ \Omega.$$

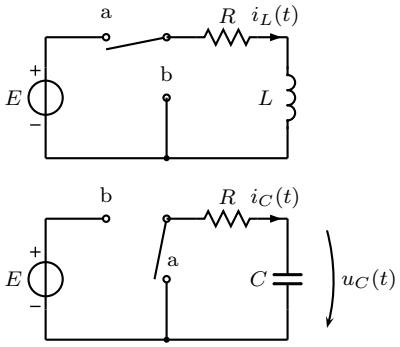
2.



a) Piirin siirtofunktion $F(s) = U(s)/I(s)$ navat sijaitsevat kuvan mukaisesti. Määrää R ja C.
b) Virtalähteen arvo muuttuu, mutta pysyy rajoitettuna. Onko piirin vaste rajoitettu? Perustele.

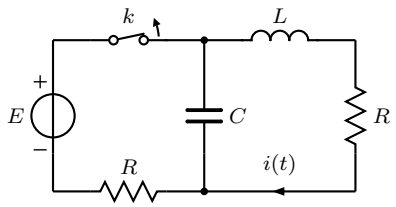
$$s_1 = -1\ \mathrm{rad/s} \quad s_2 = -2\ \mathrm{rad/s} \quad L = 1\,\mathrm{H}.$$

3.



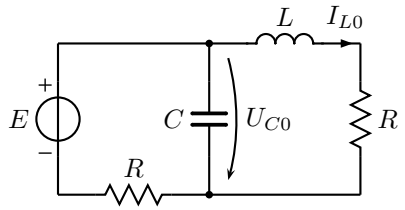
Oheiset kaksi tasavirtapiiriä ovat jatkuvuustilassa, ennen kuin kytkimet käännetään hetkellä $t = 1$ s asennosta a asentoon b. Hahmottele ajanhetkestä $t = 0$ eteenpäin kuvaajat
a) virralle $i_L(t)$,
b) jännitteelle $u_C(t)$ ja
c) virralle $i_C(t)$.

0.1



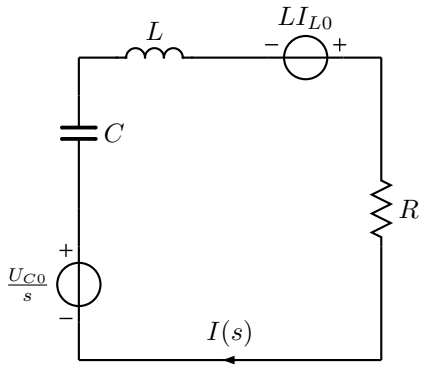
Piiri on jatkuvuustilassa ennen kytkimen avaamista. Laske virta $i(t)$ kytkimen avaamisen jälkeen.

$E = 12\,\mathrm{V} \quad C = 1\,\mathrm{mF} \quad L = 5\,\mathrm{mH}$
$R = 4\ \Omega.$



$$U_{C0} = \frac{E}{2} = 6\,\mathrm{V}$$

$$I_{L0} = \frac{E}{2R} = \frac{3}{2}\,\mathrm{A}$$



$$\begin{aligned} I &= \frac{LI_{L0} + \frac{U_{C0}}{s}}{\frac{1}{sC} + sL + R} = \frac{sLCI_{L0} + U_{C0}C}{s^2LC + sRC + 1} = \frac{sI_{L0} + \frac{U_{C0}}{L}}{s^2 + s\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}} \\ &= \frac{1{,}5s + 1200}{s^2 + 800s + 200000} \end{aligned}$$

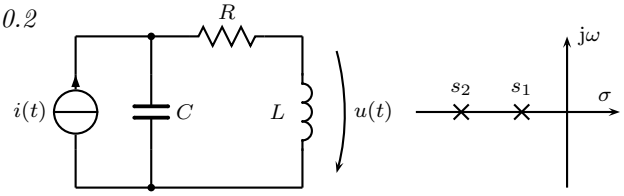
Etsitään käänteismuunnos:

$$I = \frac{1{,}5s + 1200}{(s+400)^2 + (200)^2} = \frac{1{,}5(s+400) + 600}{(s+400)^2 + (200)^2} = \frac{1{,}5(s+400)}{(s+400)^2 + (200)^2} + \frac{3 \cdot 200}{(s+400)^2 + (200)^2}$$

Tehdään käänteismuunnos:

$$\Rightarrow i(t) = 1{,}5e^{-400t}\cos(200t) + 3e^{-400t}\sin(200t)\,\mathrm{A}, \qquad \text{kun } t \geq 0$$

0.2

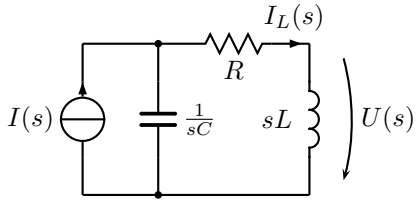


a) Piirin siirtofunktion $F(s) = U(s)/I(s)$ navat sijaitsevat kuvan mukaisesti. Määrää R ja C.
b) Virtalähteen arvo muuttuu, mutta pysyy rajoitettuna. Onko piirin vaste rajoitettu? Perustele.

$$s_1 = -1 \text{ rad/s} \quad s_2 = -2 \text{ rad/s} \quad L = 1\,\text{H}.$$

---

a)
Kirjoitetaan virranjakosäännön avulla lauseke kelan virralle. Jännite saadaan virrasta kertomalla impedanssilla sL.



$$I_L(s) = \frac{\frac{1}{sC}}{\frac{1}{sC} + R + sL} \cdot I(s) = \frac{1}{1 + sRC + s^2LC} \cdot I(s)$$

$$\begin{aligned} U(s) &= I_L(s) \cdot sL = \frac{sL}{1 + sRC + s^2LC} \cdot I(s) \\ &= \frac{1}{C} \frac{s}{\frac{1}{LC} + s\frac{R}{L} + s^2} \cdot I(s) \end{aligned}$$

$$F(s) = \frac{U(s)}{I(s)} = \frac{1}{C} \cdot \frac{s}{\frac{1}{LC} + s\frac{R}{L} + s^2}$$

Toisaalta siirtofunktion nimittäjäpolynomi saadaan napakuviosta:

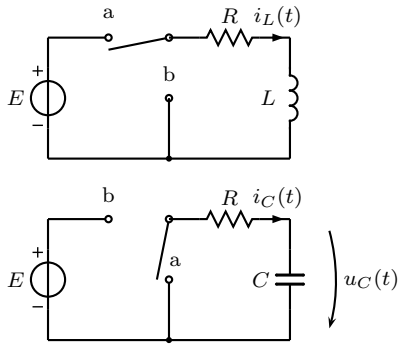
$$(s - s_1)(s - s_2) = (s + 1)(s + 2) = s^2 + 3s + 2 = \frac{1}{LC} + s\frac{R}{L} + s^2$$

Komponenteille R, L ja C saadaan:

$$\begin{cases} \frac{R}{L} = 3 & \Rightarrow \quad R = 3 \cdot L \\ \frac{1}{LC} = 2 & \Rightarrow \quad C = \frac{1}{2L} \end{cases} \qquad L = 1\,\text{H} \qquad \Rightarrow \qquad \begin{cases} R = 3\,\Omega \\ C = 0{,}5\,\text{F} \end{cases}$$

b)
Vaste on rajoitettu. Stabiilin piirin siirtofunktion navat eli piirin ominaistaajuudet sijaitsevat vasemmassa s-puolitasossa tai jω -akselilla yksinkertaisina. Tämä piiri on siis stabiili. Stabiilin piirin vaste on aina rajoitettu, kun heräte on rajoitettu.

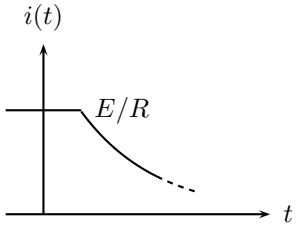
0.3



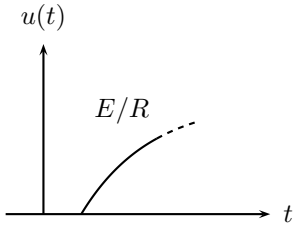
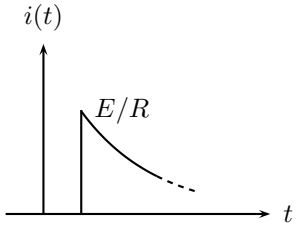
Oheiset kaksi tasavirtapiiriä ovat jatkuvuustilassa, ennen kuin kytkimet käännetään hetkellä $t = 1$ s asennosta a asentoon b. Hahmottele ajanhetkestä $t = 0$ eteenpäin kuvaajat
a) virralle $i_L(t)$,
b) jännitteelle $u_C(t)$ ja
c) virralle $i_C(t)$.

---

a) Kelan virta on aluksi arvossa E/R, josta se ei voi muuttua äkisti kytkimen käännön jälkeen, vaan laskee nollaan yhtälön $i_L(t) = A + Be^{st}$ mukaisesti.



b) Alussa kapasitanssi on varaukseton eli $u_C(1) = 0$ V, ja sen virta on nolla. Kapasitanssin jännite ei voi muuttua äkisti, joten se kasvaa nollasta arvoon E yhtälön $u_C(t) = A + Be^{st}$ mukaisesti.



c) Kapasitanssin virta voi muuttua äkillisesti. Ennen kytkimen avaamista virta on nolla, mutta hyppää arvoon E/R, kun kytkin avataan ja laskee sen jälkeen takaisin nollaan ($i_C(t) = A + Be^{st}$).