



Aalto-yliopiston perustieteiden korkeakoulu  
Matematiikan ja systeemianalyysin laitos

MS-A0203

Differentiaali- ja integraalilaskenta 2

Malinen/Ojalampi, Kuortti

Välikoe 2, 7.3.2016

Muista jokaiseen paperiin täydelliset otsikkotiedot.

Kaikenlaiset laskukoneet, laskukoneiden kanssa kommunikoidut viestintävälineet, laskutikut variantteineen, sekä muut taulukot ovat tässä kokeessa **kiellettyjä**.

1. Etsi seuraavien funktioiden kriittiset pisteet ja luokittele ne:

$$\text{a) } f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy; \quad \text{b) } g(x, y) = \sin(x^2 + y^2).$$

2. Laske funktion  $f(x, y) = x^2 - y^2$  määrätty integraali yli kolmion  $T$ , jonka kärjet ovat pisteissä  $(0, 0)$ ,  $(2, 0)$  ja  $(2, 1)$ .
3. Laske napakoordinaatistossa annetun käyrän  $r = \sin \frac{\theta}{2}$ ,  $\theta \in [0, 2\pi)$ , rajaaman alueen  $D$  pinta-ala  $A = \int \int_D dA$ . Hahmottele käyrää ensin graafisesti.

**Vihje:** Integroinnissa on apua kaavasta  $2 \sin^2 \frac{\theta}{2} = 1 - \cos \theta$ .

**KÄÄNNÄ!**

4. Lannoiteyhtiö Unda FER oy valmistaa sekä *Kyllätää*- että *Tosivihaisesti*-lannoitteita, ja haluaa maksimoida tuottonsa. Olkoon yhtiön kuukaudessa tuottamien lannoitesäkkien määrät  $x_1$  ja  $x_2$ , joista ensimmäisessä on 3 kg ja jälkimmäisessä 6 kg kaliumia säkkiä kohden. Käytettävissä olevan kaliumin määrä on kuitenkin rajoitettu. Optimoi Lagrangen kertojien menetelmällä kuukausituotto

$$S = 30x_1 - 2x_1^2 + 25x_2 - 0.5x_2^2$$

$$\text{s.e. } 3x_1 + 6x_2 = 300$$

Anna vastaukseksi sekä optimimäärät lannoitesäkkejä että kuukausituotto.

**KÄÄNNÄ!**