

Sallitut apuvälineet: kirjoitusvälineet, funktiolaskin sekä A4-kokoinen käsinkirjoitettu muistilappu. Muistilappu on palautettava koevastausten mukana. Perustele käyttämäsi kaavat ja ratkaisujen välivaiheet. Esittele vastauksessasi esiintyvät symbolit ja niiden merkitykset. Ratkaise jokainen tehtävä omalle sivulleen.

Kaikissa tehtävissä vastauksista arvioidaan sekä esitystapa että sisällön oikeellisuus. Jokainen tehtävä arvioidaan asteikolla 0-6 pistettä.

On tärkeää että ainakin yrität jokaista tehtävää.

1. Määrittele seuraavien termien/käsitteiden merkitys enintään noin 30 sanalla / termi. Pelkkä kaava ei ole riittävä vastaus. Merkittävästi ylipitkä vastaus vähentää pisteitä.

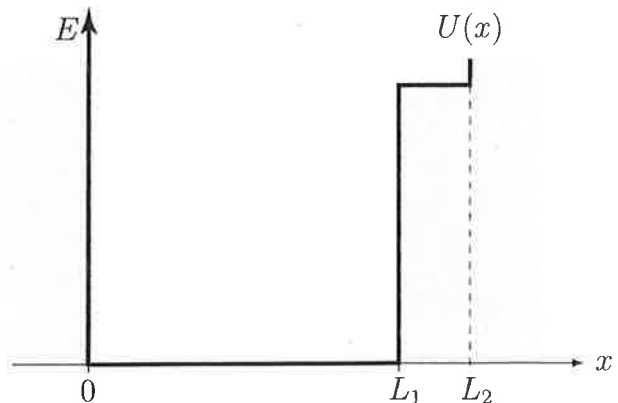
- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------|
| (a) Aikadilataatio | (d) Sidottu tila |
| (b) Aineaalto | (e) Aaltopaketti (aaltopulssi) |
| (c) Heisenbergin epätarkkuusperiaate | (f) Tunneloituminen |

Vastaa seuraavaan kysymykseen maksimissaan noin. 200 sanalla per alakohta, vastaa kuitenkin käyttäen kokonaislauseita. Merkittävästi ylipitkä tai heikosti jäsenneilty vastaus vähentää pisteitä. Voit käyttää vastauksesi tukena piirrosta, mutta pelkkä piirros ei ole riittävä vastaus.

2. (a) Kokoa yhteen äärettömän potentiaalikaivon, äärellisen potentiaalikaivon ja harmonisen oskillaattorin keskeiset erot ja yhteneväisyydet. (2p.)
- (b) Mitä valosähköisen ilmiön kokeissa havaittuja piirteitä voidaan selittää klassisen fysiikan (klassisen sähködynamiikan) avulla? Mitä piirteitä ei voida selittää? (4p.)
3. Hopealevyä valaistetaan monokromaattisella valolla. Hopean työfunktion suuruus on 4.26 eV.
- (a) Voiko levyn pinnasta irrota fotoelektroneja jos aallonpituus on 633 nm?
- (b) Määritä aallonpituus jotta nopeimmat fotoelektronit saavuttaisivat nopeuden $0.01c$?
4. Hiukkanen on vangittuna oheisen kuvan mukaiseen kvanttikaivoon.

$$U(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < L_1 \\ U_0, & L_1 < x < L_2 \\ \infty, & \text{muuten} \end{cases}$$

Määritä hiukkasen ominais- eli aaltofunktiot ja laske kuinka syväälle hiukkanen tunkeutuu valliin, kun tiedetään että hiukkasen energia $E < U_0$. Energian ominaisarvoja ei tarvitse laskea.



5. Äärettömässä potentiaalikaivossa (leveys = L) olevan hiukkasen tila on preparoitu muotoon $\Psi(x, 0) = \frac{cL}{2} \left(\left(x - \frac{L}{2}\right)^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2 \right)^2$.

- (a) Normalisoi aaltofunktio $\Psi(x, 0)$ (2p)
- (b) Määritä aaltofunktion lauseke mielivaltaisella ajanhetkellä t . (4p)

Vinkki: $\cos(n\pi) = (-1)^n$ ja $\sin(n\pi) = 0$, jos n on kokonaisluku.

Kirjoita SELVÄSTI nimesi, opiskelijanumerosi, opintojaksokoodi sekä kokeen päivämäärä jokaiseen koepaperiin. Ratkaise jokainen tehtävä omalle sivulleen.

Tillåtna hjälpmedel: skrivredskap, funktionsräknare och handskrivna anteckningar på en A4-papper. Du måste lämna in dina anteckningar med sina svar. Motivera i dina svar de formler som du använder och mellanstegen och antaganden i lösningarna. Förklara symbolerna du använder och deras betydelse. Lös varje uppgift på en egen sida.

I alla uppgifter bedöms både presentationen och innehållet med 0-6 poäng.

Det är viktigt att du åtminstone försöker lösa varje uppgift. Lycka till!

1. Definiera följande termer/begrepp med maximalt ca 30 ord / term. Enbart en formel är inte ett tillräckligt svar. Ett betydligt för långt svar drar ner på poängen.

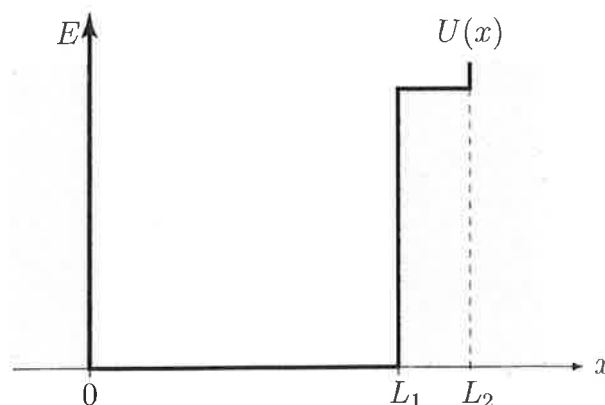
- | | |
|-------------------------------------|-----------------------|
| (a) Tiddilatation | (d) Bundet tillstånd |
| (b) Materievåg | (e) Vågpaket (våguls) |
| (c) Heisenbergs osäkerhetsprincipen | (f) Tunneleffekt |

Besvara frågor i nedan med maximalt ca 200 ord per fråga. Använda hela satser. Ett betydligt för långt eller dåligt disponerat svar drar ner på poängen. Du kan använda en figur som stöd för ditt svar, men enbart en figur är inte ett tillräckligt svar.

2. (a) Sammanställa centrala likheter och olikheter mellan oändlig potentialbrunnen, ändlig potentialbrunnen och harmonisk oskillatoren. (2p.)
- (b) Vilka empiriska egenskaper av fotoelektrisk fenomen kan man förklara med klassisk fysiken (klassisk elektrodynamiken)? Vilka egenskaper kan man inte förklara med hjälp av dem? (4p.)
3. En silverplatta lysas upp med monokromatisk ljus. Silvers utträdesarbetet är 4.26 eV.
- (a) Kan fotoelektroner lossnas från plattans yta om ljusens våglängd är 633 nm?
- (b) Bestäm vilken våglängd motsvarar sådana fotoelektronens hastighet som är $0.01c$.
4. En partikel är inständ i potentialbrunnen på figuren.

$$U(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < L_1 \\ U_0, & L_1 < x < L_2 \\ \infty, & \text{muuten} \end{cases}$$

Bestämma partikelns egen- dvs. vågfunktionen ja räkna hur djup inne i potentialbrunnens vägg partikeln penetrerar, då man vet at partikelns energi $E < U_0$. Du behöver inte räkna partikelns energiegenvärden.



5. En partikel finns i en infinit potentialbrunn (bredd = L). Man har preparerat partikeln så att dess vågfunktion är $\Psi(x, 0) = \frac{cL}{2} \left(\left(x - \frac{L}{2}\right)^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2 \right)^2$.

- (a) Normera vågfunktionen $\Psi(x, 0)$. (2p)
- (b) Bestäm ett uttryck för vågfunktionen på arbiträr tidspunkt t . (4p)

Tips: $\cos(n\pi) = (-1)^n$ och $\sin(n\pi) = 0$, om n är en heltal.

mall Skriv TYDLIGT ditt namn, studienummer, utbildningsprogram, kurskoden samt datum för tentamen på varje propapper. Lös varje uppgift på en egen sida.

Properties of Materials

Substance	ρ (kg/m ³)	c (J/kg K)
Air at STP*	1.28	
Ethyl alcohol	790	2400
Gasoline	680	
Glycerin	1260	
Mercury	13,600	140
Oil (typical)	900	
Seawater	1030	
Water	1000	4190
Aluminum	2700	900
Copper	8920	385
Gold	19,300	129
Ice	920	2090
Iron	7870	449
Lead	11,300	128
Silicon	2330	703

*Standard temperature (0°C) and pressure (1 atm)

Molar Specific Heats of Gases

Gas	C_p (J/mol K)	C_v (J/mol K)
Monatomic Gases		
He	20.8	12.5
Ne	20.8	12.5
Ar	20.8	12.5
Diatomic Gases		
H ₂	28.7	20.4
N ₂	29.1	20.8
O ₂	29.2	20.9

Indices of Refraction

Material	Index of refraction
Vacuum	1 exactly
Air	1.0003
Water	1.33
Glass	1.50
Diamond	2.42

Resistivity and Conductivity of Conductors

Metals	Resistivity (Ω m)	Conductivity ($\Omega^{-1} \text{m}^{-1}$)
Aluminum	2.8×10^{-8}	3.5×10^7
Copper	1.7×10^{-8}	6.0×10^7
Gold	2.4×10^{-8}	4.1×10^7
Iron	9.7×10^{-8}	1.0×10^7
Silver	1.6×10^{-8}	6.2×10^7
Tungsten	5.6×10^{-8}	1.8×10^7
Nichrome	1.5×10^{-6}	6.7×10^5
Carbon	3.5×10^{-5}	2.9×10^4

Mathematical Approximations

Binominal Approximation: $(1+x)^n \approx 1+nx$ if $x \ll 1$

Small-Angle Approximation: $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$ and $\cos \theta \approx 1$ if $\theta \ll 1$ radian

Useful Data

M_e	Mass of the earth	5.98×10^{24} kg	
R_e	Radius of the earth	6.37×10^6 m	
g	Free-fall acceleration on earth	9.80 m/s^2	
G	Gravitational constant	$6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$	
k_B	Boltzmann's constant	$1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$	
R	Gas constant	8.31 J/mol K	
N_A	Avogadro's number	6.02×10^{23} particles/mol	
T_0	Absolute zero	-273°C	
σ	Stefan-Boltzmann constant	$5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{K}^4$	
p_{atm}	Standard atmosphere	101,300 Pa	
v_{sound}	Speed of sound in air at 20°C	343 m/s	
m_p	Mass of the proton (and the neutron)	1.67×10^{-27} kg	
m_e	Mass of the electron	9.11×10^{-31} kg	
K	Coulomb's law constant ($1/4\pi\epsilon_0$)	$8.99 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$	
ϵ_0	Permittivity constant	$8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N m}^2$	
μ_0	Permeability constant	$1.26 \times 10^{-6} \text{ T m/A}$	
e	Fundamental unit of charge	1.60×10^{-19} C	
c	Speed of light in vacuum	3.00×10^8 m/s	
h	Planck's constant	6.63×10^{-34} J s	4.14×10^{-15} eV s
\hbar	Planck's constant	1.05×10^{-34} J s	6.58×10^{-16} eV s
a_B	Bohr radius	5.29×10^{-11} m	

Stanley I. Grossman: Multivariable calculus, linear algebra, and differential equations. 3rd ed. Saunders.

$$93. \int u^2 \sqrt{a^2 - u^2} du = -\frac{u(a^2 - u^2)^{3/2}}{4} + \frac{a^2 u \sqrt{a^2 - u^2}}{8} + \frac{a^4}{8} \sin^{-1} \frac{u}{|a|} + C$$

$$94. \int \frac{\sqrt{a^2 - u^2}}{u} du = \sqrt{a^2 - u^2} - a \ln \left| \frac{a + \sqrt{a^2 - u^2}}{u} \right| + C$$

$$95. \int \frac{\sqrt{a^2 - u^2}}{u^2} du = -\frac{\sqrt{a^2 - u^2}}{u} - \sin^{-1} \frac{u}{|a|} + C$$

INTEGRALS INVOLVING THE TRIGONOMETRIC FUNCTIONS

$$96. \int \sin au du = -\frac{\cos au}{a} + C$$

$$97. \int u \sin au du = \frac{\sin au}{a^2} - \frac{u \cos au}{a} + C$$

$$98. \int u^2 \sin au du = \frac{2u}{a^2} \sin au + \left(\frac{2}{a^3} - \frac{u^2}{a} \right) \cos au + C$$

$$99. \int \frac{du}{\sin au} = \frac{1}{a} \ln(\csc au - \cot au) = \frac{1}{a} \ln \left| \tan \frac{au}{2} \right| + C$$

$$100. \int \sin^2 au du = \frac{u}{2} - \frac{\sin 2au}{4a} + C$$

$$101. \int u \sin^2 au du = \frac{u^2}{4} - \frac{u \sin 2au}{4a} - \frac{\cos 2au}{8a^2} + C$$

$$102. \int \frac{du}{\sin^2 au} = -\frac{1}{a} \cot au + C$$

$$103. \int \sin pu \sin qu du = \frac{\sin(p-q)u}{2(p-q)} - \frac{\sin(p+q)u}{2(p+q)} + C, \quad p \neq \pm q$$

$$104. \int \frac{du}{1 - \sin au} = \frac{1}{a} \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{au}{2} \right) + C$$

$$105. \int \frac{u du}{1 - \sin au} = \frac{u}{a} \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{au}{2} \right) + \frac{2}{a^2} \ln \left| \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{au}{2} \right) \right| + C$$

$$106. \int \frac{du}{1 + \sin au} = -\frac{1}{a} \tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{au}{2} \right) + C$$

$$107. \int \frac{du}{p + q \sin au} = \begin{cases} \frac{2}{a\sqrt{p^2 - q^2}} \tan^{-1} \frac{p \tan \frac{1}{2} au + q}{\sqrt{p^2 - q^2}} + C, & |p| > |q| \\ \frac{1}{a\sqrt{q^2 - p^2}} \ln \left| \frac{p \tan \frac{1}{2} au + q - \sqrt{q^2 - p^2}}{p \tan \frac{1}{2} au + q + \sqrt{q^2 - p^2}} \right| + C, & |p| < |q| \end{cases}$$

$$108. \int u^m \sin au du = -\frac{u^m \cos au}{a} + \frac{mu^{m-1} \sin au}{a^2} - \frac{m(m-1)}{a^2} \int u^{m-2} \sin au du$$

$$109. \int \sin^n au du = -\frac{\sin^{n-1} au \cos au}{an} + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} au du$$

$$110. \int \frac{du}{\sin^n au} = \frac{-\cos au}{a(n-1) \sin^{n-1} au} + \frac{n-2}{n-1} \int \frac{du}{\sin^{n-2} au}, \quad n \neq 1$$

$$111. \int \cos au du = \frac{\sin au}{a} + C$$

$$112. \int u \cos au du = \frac{\cos au}{a^2} + \frac{u \sin au}{a} + C$$

$$113. \int u^2 \cos au du = \frac{2u}{a^2} \cos au + \left(\frac{u^2}{a} - \frac{2}{a^3} \right) \sin au + C$$

$$114. \int \frac{du}{\cos au} = \frac{1}{a} \ln |\sec au + \tan au| = \frac{1}{a} \ln \left| \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{au}{2} \right) \right| + C$$

$$115. \int \cos^2 au du = \frac{u}{2} + \frac{\sin 2au}{4a} + C$$

$$116. \int u \cos^2 au du = \frac{u^2}{4} + \frac{u \sin 2au}{4a} + \frac{\cos 2au}{8a^2} + C$$

$$117. \int \frac{du}{\cos^2 au} = \frac{\tan au}{a} + C$$

$$118. \int \cos qu \cos pu du = \frac{\sin(q-p)u}{2(q-p)} + \frac{\sin(q+p)u}{2(q+p)} + C, \quad q \neq \pm p$$