

Laskinten käyttö tentissä ei ole sallittua.

**Huom:** jos et ole suorittanut kurssin pakollisia tietokonekotehtäviä, tenttiäsi ei arvostella.

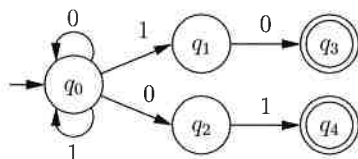
1. (a) Laadi deterministinen äärellinen automaatti, joka tunnistaa kielen

$$\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ alkaa osajonolla } aab\}.$$

- (b) Laadi deterministinen äärellinen automaatti, joka tunnistaa kielen

$$\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ ei sisällä osajonoa } aab\}.$$

- (c) Tarkastellaan alla olevaa aakkoston  $\{0, 1\}$  epädeterminististä automaattia:



Kuvaa automaatin tunnistama kieli sanallisesti yhdellä tai kahdella lauseella. Anna deterministinen äärellinen automaatti, joka tunnistaa saman kielen.

10 pistettä

2. (a) Muodosta säännöllinen lauseke, joka kuvaa kielen

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ loppuu samaan merkkiin kuin alkaa}\}$$

- (b) Tarkastellaan aakkoston  $\{a, b\}$  säännöllistä lauseketta  $(b \cup (aa^*b))^*$ . Muodosta deterministinen äärellinen automaatti, jossa on mahdollisimman vähän tiloja ja joka tunnistaa lausekkeen kuvaaman kielen.

- (c) Muodosta säännöllinen lauseke, joka kuvaa kielen

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ ei sisällä osajonoa } ab\}$$

Vihje: kannattaa mahdollisesti muodostaa ensin vastaava deterministinen äärellinen automaatti ja sitten lauseke sen perusteella.

10 pistettä

3. Tarkastellaan aakkoston  $\{a, b, c\}$  kieltä

$$L = \{ucv \mid u, v \in \{a, b\}^* \text{ ja } |u| = |v|\}.$$

- (a) Todista, että kieli ei ole säännöllinen.  
(b) Laadi yhteydetön kielioppi, joka kuvaa kielen.  
(c) Anna merkkijonojen  $aacaa$  ja  $babcbaa$  jäsennysspuut kieliopissasi.  
(d) Suunnittele pinoautomaatti, joka tunnistaa kielen, ja kuvaa sen toimintaidea muutamalla lauseella. Onko automaattisi deterministinen?

16 pistettä

4. Tarkastellaan yksinkertaistettua ohjelmointikielen yhteydetöntä kielioppia, missä päätesymbolien joukko on  $\Sigma = \{\text{if, then, while, do, ;, :=, =, <, +, x, y, z, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}\}$ , välikkeiden joukko on  $\{stmts, stmt, assign, cond, expr, num, digit, var\}$ ,  $stmts$  on lähtösymboli, ja produktiot ovat

$$\begin{aligned} stmts &\rightarrow stmt \mid stmt ; stmts \\ stmt &\rightarrow \text{if } cond \text{ then } stmt \mid \text{while } cond \text{ do } stmts \mid assign \\ assign &\rightarrow var := expr \\ cond &\rightarrow expr < expr \mid expr = expr \\ expr &\rightarrow var \mid num \mid expr + expr \\ num &\rightarrow digit \mid digit num \\ digit &\rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9 \\ var &\rightarrow x \mid y \mid z \end{aligned}$$

Esimerkiksi  $\Sigma$ -merkkijono " $x := x+y+3; \text{while } x < 2 \text{ do } x := x+1$ " kuuluu kieliopin tuottamaan kieleen.

- Osoita, että kielioppi on moniselitteinen.
- Onko kielioppi vasemmalle rekursiivinen? Perustele vastauksesi.
- Onko kielioppi LL(1)-kielioppi? Perustele vastauksesi lyhyesti (täydellisiä FIRST- ja FOLLOW-joukkoja ei tarvitse antaa).

6 pistettä

5. (a) Kerro lyhyesti (korkeintaan 5 lauseella), mikä on "Churchin–Turingin teesi".  
 (b) Määrittele käsitteet "rekursiivinen kieli" ja "rekursiivisesti numeroituvaa kieli".  
 (c) Tarkastellaan kieltä

$$L_{\text{perfect square}} = \{x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}^* \mid x = y \times y \text{ jollekin kokonaisluvulle } y\}.$$

Esimerkiksi merkkijono 36 kuuluu kieleen koska  $36 = 6 \times 6$  mutta 37 ei kuulu kieleen. Onko kieli rekursiivinen? Perustele vastauksesi.

- (d) Jos  $L$  on jonkin aakkoston  $\Sigma$  kieli eli  $L \subseteq \Sigma^*$ , niin  $L^R = \{w^R \mid w \in L\}$  on kieli, joka saadaan kääntämällä kaikki kielen  $L$  merkkijonot. Tässä  $w^R$  on siis merkkijonon  $w$  käänteismerkkijono (esim.  $(gnat)^R = tang$ ). Osoita seuraava väite joko todeksi tai epätodeksi:

Jos  $L$  on rekursiivinen kieli, niin silloin myös  $L^R$  on rekursiivinen kieli.

10 pistettä

6. Tarkastellaan seuraavaa päätösongelmaa

Annettuna Turingin kone  $M$ . Onko niin, että kone hyväksyy jonkin merkkijonon, jonka pituus on korkeintaan 7 symbolia?

eli kieltä

$$L_7 = \{c \in \{0, 1\}^* \mid \exists x \in \{0, 1\}^* \text{ s.e. } x \in \mathcal{L}(M_c) \text{ ja } |x| \leq 7\}$$

missä  $M_c$  tarkoittaa merkkijonon  $c$  kuvaamaa Turingin konetta ja  $\mathcal{L}(M_c)$  Turingin koneen  $M_c$  tunnistamaa kieltä.

Todista, että kieli  $L_7$  on ratkeamaton (eli ei-rekursiivinen). Jos käytät Ricen lausetta (ei ole välttämätöntä, voit käyttää esimerkiksi myös rekursiivisiin palautuksiin perustuvaa todistusta), niin määrittele tarkasti myös Ricen lause, siihen liittyvät käsitteet "semanttinen ominaisuus", "triviaali semanttinen ominaisuus" ja "ratkeava semanttinen ominaisuus".

7 pistettä

7. Mihin kellonaikaan lopetit tenttitehtäviin vastaamisen?

1 pistettä