

Tentti, 5.4.2016

*Funktiolaskin sallittu. Graafinen laskin tai muut apuvälineet eivät ole sallittuja.*

1. Tee lyhyesti selkoa seuraavista Simplex-menetelmän käsitteistä:

- a) pivot-alkio (1p)
- b) kannasta lähtevä muuttuja (1p)
- c) optimaalisuusehto (2p)
- d) käypyysehto (2p)

2. Käytä seuraavaan tehtävään taulukkomuotoista Simplex-menetelmää.

$$\begin{array}{ll} \max & 2x_1 + 3x_2 \\ \text{s.e.} & x_1 + 3x_2 \leq 5 \\ & 2x_1 - 2x_2 \leq 3 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

- a) Muuta lineaarinen tehtävä standardimuotoon. (1p)
- b) Ratkaise LP-tehtävä Simplex-algoritmillä. (3p)
- c) Hahmottele tehtävän käypä joukko sekä Simplex-algoritmin eteneminen. (2p)

3. Tarkastellaan tehtävää

$$\begin{array}{ll} \max & x_1^2 + (x_2 - 4)^2 \\ \text{s.e.} & x_1 + x_2 = 2 \\ & x_1^2 + x_2 \leq 4 \\ & x_1 \leq 1 \\ & x_2 \geq 0 \end{array}$$

- a) Etsi optimointitehtävän ratkaisu geometrisesti. Piirrä kuvaan rajoitusehdot, käypä alue ja kohdefunktion tasa-arvokäyrät. (2p)
- b) Esittele välttämättömät KKT-ehdot, ja tutki toteuttaako löytämäsi piste ne. (4p)

4. Vesa on hyvän oluen ystävä. Nyt hän on olutmatkalla Belgiassa ja suunnittelee kotiinviemisiä eräässä olutkaupassa. Kustannus- ja kuljetussyistä hän on päättänyt ostaa korkeintaan kolmen tyyppisiä oluita: vaihtoehtoisiksi hän on valinnut blonde-, dubbel- ja lambic-tyyppiset oluet, joista kutakin on saatavilla sekä 0,33 että 0,75 litran pulloissa. Pullojen hinnasto on esitetty taulukossa 1.

Taulukko 1: Pullojen hinnasto

	0,33 l	0,75 l
Blonde	1,5 €	3,5 €
Dubbel	2 €	3,5 €
Lambic	4,5 €	6 €

Pienet pullo pakataan pieniin koreihin ja isot pullo isot koreihin. Pieniä pulloja ei voi pakata isoihin koreihin tai päinvastoin. Yhteen pieneen koriin mahtuu 24 pientä pulloa ja yhteen isoon koriin 10 isoa pulloa. Vesa suunnittelee ostoksensa niin, että vähintään puolet ostetuista pulloista ovat lambic-tyyppisiä ja että blonde-tyyppisiä pulloja on oltava vähintään yhtä monta kuin dubbel-tyyppisiä. Vesalla on käytössään 150 € rahaa ja hän maksimoi ostettavan oluen määrää (litroissa mitattuna). Formuloi tehtävä lineaarisena kokonaislukuoptimointitehtävänä, kun

- a) Vesan autossa on tilaa mielivaltaisen monelle korille ja korit ovat ilmaisia. (3p)  
 b) Vesan autossa on tilaa kahdelle pienelle korille ja yhdelle isolle korille. Pieni kori maksaa 5 € ja iso kori 6 €. (3p)

*Tehtävää ei tarvitse ratkaista kummassakaan kohdassa.*

5. a) Johda 1-ulotteinen sekanttimenetelmä lähtien esim. Newtonin menetelmästä. (2p)  
 b) Olkoon  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\nabla f(\mathbf{x}) \neq \mathbf{0}$  ja  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . Mikä ehto  $\mathbf{B}$ :ltä pitää vaatia, jotta vektori  $\mathbf{d} = -\mathbf{B}\nabla f(\mathbf{x})$  olisi laskusuunta pisteessä  $\mathbf{x}$ ? Perustele. (2p)  
 c) Olkoon  $\mathbf{d}_k = -\mathbf{B}_k\nabla f(\mathbf{x}_k)$  laskusuunta askeleella  $k$ . Kirjoita ehto, jonka  $\mathbf{B}_k$ :n pitää toteuttaa, jotta suunta  $\mathbf{d}_k$  toimisi  $n$ -ulotteisen sekanttimenetelmän laskusuuntana. (2p)