

KJR-C2003 Virtausmekaniikan perusteet, K2016

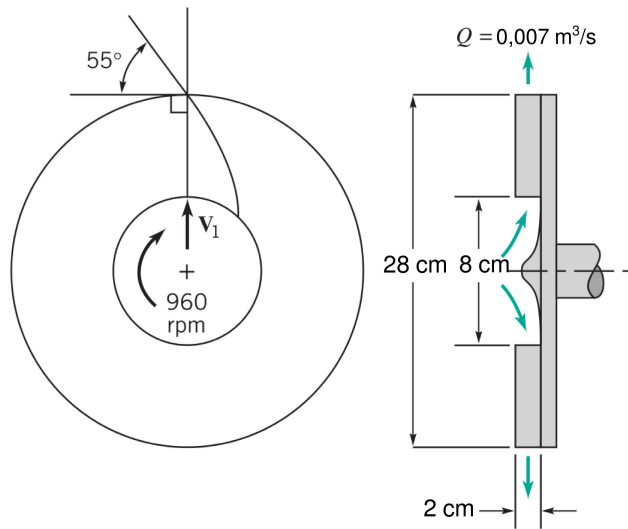
Välikoe 2, perjantai 27.5.2016 8:15-12:15

Arvioinnin pääpiirteet on kuvattu kunkin tehtävän osalta alla. Pienten virheiden osalta on käytetty ns. miinus-periaatetta, jossa pieni virhe (tyypillisesti laskuvirhe) tuottaa yhden miinuksen. Jos saman päätehtävän alla (1-5) on useampi miinus, lähtee tehtävästä puoli pistettä jokaista kahta miinusta kohden (kahdesta puoli pistettä, neljästä piste jne.).

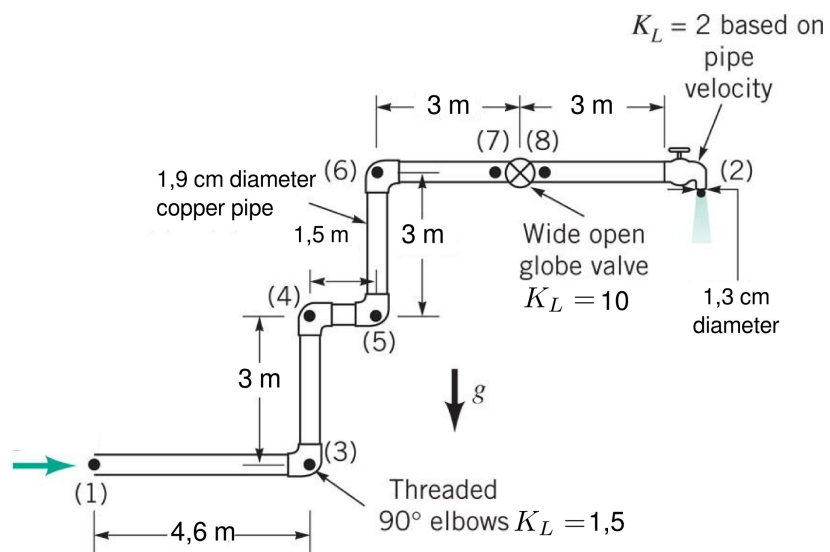
1. Vastaa lyhyesti (enintään muutama virke) seuraaviin kysymyksiin. Jokaisesta kohdasta 1p.
 - a) Miten virtausta kuvaavat yhtälöt ovat yksinkertaistettavissa, jos virtaus oletetaan pyörteettömäksi?
Tässä on oleellista se, että virtausta kuvaava yhtälö on pyörteettömässä tapauksessa Laplacen yhtälö. Laplacen yhtälö seuraa potentiaalfunktion tapauksessa jatkuvuusyhtälöstä ja virtafunktion tapauksessa pyörteettömyysehdoista. Liikemäärän (tai energian) säilymistä kuvaa tällöin Bernoullin yhtälö, joka on pyörteettömässä tapauksessa sovellettavissa minkä tahansa kahden pisteen välillä. Pisteiden vastaus edellyttää, että molemmat yhtälöt on huomioitu vastauksessa.
 - b) Miksi potentiaaliteoriassa ratkaisua voidaan etsiä perusratkaisujen summana?
Tämä perustuu siihen, että potentiaaliteoriassa vallitseva yhtälö (Laplacen) yhtälö on lineaarinen. Yhtälön lineaarisuudesta seuraa se, että jos meillä on kaksi yhtälön toteuttavaa perusratkaisua a ja b , myös näiden perusratkaisujen summa $a+b$ on yhtälön ratkaisu. Tätä kutsutaan superpositioperiaatteeksi. Pisteiden vastaus edellyttää, että lineaarisuus on tuotu jotenkin esille.
 - c) Mitä tarkoittaa vääristynyt malli?
Vääristyneessä mallissa osa similaarisuusehdoista ei täyty. Yhden pisteen vastaus edellyttää, että tämä ajatus on tuotu jotenkin esille.
 - d) Mitä Moody-diagrammi kuvaa?
Moody-diagrammi kuvaa putkivirtauksen kitkavastuskerrointa eri Reynoldsin luvuilla ja putken pinnankarheuksilla. Oleellista on, että kyseessä on tietynlaisen putken aiheuttama vastus tietyssä virtaustilanteessa. Yksi piste tulee, jos tämä ajatus on jotenkin järkevästi kuvattu.
 - e) Miten kappaleeseen vaikuttava voima jaetaan vastukseksi ja nostovoimaksi?
Vastus määritellään voimakomponentiksi virtauksen suunnassa ja nostovoima virtausta vastaan kohtisuoraksi voimakomponentiksi. Pisteiden vastauksessa molemmat määritelmät tulee olla oikein.
 - f) Miten tasolevyn rajakerros muuttuu, jos Reynoldsin luku kasvaa?
Jos virtauksen luonne ei muutu (transitio laminaarista turbulentiksi), Reynoldsin luvun kasvu johtaa rajakerroksen suhteellisen paksuuden pienenemiseen. Rajakerros on siis ohuempi suhteessa tasolevyn pitouteen. Jos virtaus oli alun perin laminaarista, saattaa Reynoldsin luvun kasvattaminen muuttaa virtauksen osittain turbulenttiseksi, jolloin rajakerroksen paksuus kasvaa nopeammin. Pisteiden vastaukseen riittää toinen näistä.
2. Pyöreässä putkessa olevalle pallolle määritetään vastus \mathcal{D} kokeellisesti. Oleta, että vastus on funktio pallon halkaisijasta d , putken halkaisijasta D , nesteen virtausnopeudesta V ja nesteen tiheydestä ρ .
 - a) Määritä vastukselle dimensioton riippuvuus käyttäen toistuvien muuttujien menetelmää. (4p)
Tehtävä ratkeaa suoraan käymällä läpi toistuvien muuttujien menetelmän eri vaiheet. Oleellista on määrittää ensiksi muuttujien yksiköt oikein (1 piste) ja valita oikea määrä toistuvia muuttujia siten, että ne ovat riippumattomia ja että vastusta ei valita toistuvaksi muuttujaksi (1 piste). Tämän jälkeen tehdään ei-toistuvat muuttujat dimensiottomiksi. Tästä tulee yksi piste, jos periaate on oikein eli määritetty dimensiottomat muuttujat ei-toistuvien ja toistuvien muuttujien tulona, jossa on tuntemattomat potenssit. Muuttujat tulevat oikeassa tavassa valittua siten, että lopulta saadaan dimensioton vastus dimensiottoman halkaisijan d/D tai D/d funktiona. Oikeasta tuloksesta eli dimensiottomista muuttujista ja riippuvuudesta tulee yksi piste.
 - b) Kokeet näyttävät, että vastus arvoilla $d = 0,5$ cm, $D = 1$ cm ja $V = 0,6$ m/s on 7×10^{-3} N, kun virtaava neste on vettä. Määritä vastus pallolle putkessa, jonka halkaisija on 0,6 m, kun veden virtausnopeus on 2 m/s. Pallon halkaisija määräytyy geometrisen similaarisuuden perusteella. (2p)
Tässä on kyse similaarisuudesta ja siitä, miten dimensiottomia suureita voidaan käyttää tulosten skaalaamiseen kahden mittakaavan välillä. Jos a-kohdan yhteys on johdettu siten, että dimensioton vastus on funktio dimensiottomasta pallon halkaisijasta, on geometrisen similaarisuuden perusteella dimensioton vastus sama molemmissa tilanteissa. Tällöin tehtävässä tulee laskea ensin dimensioton vastus annetuilla koetuloksilla ja skaalata tulos tämän jälkeen dimensiottoman vastuksen määritelmän avulla kysytyyn tilanteeseen. Pallon halkaisija kysytyssä tilanteessa saadaan geometrisesta

similaarisuudesta. Periaatteesta tulee jälleen yksi piste ja oikeasta tuloksesta toinen piste. Vastus on noin 280 N.

3. Kuvan 1 keskipakopumpun tilavuusvirta vedellä on $0,007 \text{ m}^3/\text{s}$. Absoluuttinen nopeus sisäänvirtauksessa on säteen suuntainen ja suhteellinen nopeus ulosvirtauksessa kuvan siiven suuntainen.
- a) Piirrä nopeuskolmio ulosvirtauksessa ja selitä, mitä nopeuskolmion eri komponentit kuvaavat. (2p)
- Oikein piirretystä nopeuskolmiosta tulee yksi piste. Nopeuskolmio koostuu kehänopeudesta, suhteellisesta nopeudesta ja absoluuttisesta nopeudesta. Kehänopeus liittyy etäisyyteen impellerin pyörimisakselista ja kulmanopeuteen. Suhteellinen nopeus liittyy impellerin geometriaan ja on suurin piirtein impellerin siivistön suuntainen. Absoluuttinen nopeus on kehänopeuden ja suhteellisen nopeuden vektorisumma, joka on nopeus kiinteässä koordinaatistossa. Jos nämä on jotenkin järjestelmällisesti selitetty, tulee tästä toinen piste.
- b) Määritä pumpun teho. (2p)
- Pumpun teho saadaan laskemalla kulmaliikemäärän taseesta momentti ja kertomalla tämä pumpun kulmanopeudella. Tähän perustuva kaava löytyi myös suoraan kaavakokoelmasta. Kulmaliikemäärän taseen laskentaan tarvitaan absoluuttisen nopeuden tangentialinen komponentti ulosvirtauksessa, massavirta sekä kehänopeus. Tangentialinen nopeuskomponentti ratkeaa nopeuskolmiosta puhtaasti trigonometrian avulla. Oikea teho on noin 1,4 kW. Kulmaliikemäärän taseen periaatteesta tulee puoli pistettä, radiaalisen nopeuden määrittämisestä puoli pistettä, tangentialisen nopeuden määrittämisestä puoli pistettä ja oikeasta tehosta puoli pistettä.
- c) Määritä pumpun ideaalinen nostokorkeus ja selitä, miten tämä eroaa todellisesta nostokorkeudesta. (2p)
- Ideaalinen nostokorkeus on määriteltävissä pumpun tehosta, kun oletetaan, että kulmaliikemäärän taseella laskettu teho menee kokonaan fluidin nostokorkeudeksi. Tehon ja nostokorkeuden välinen yhteys saadaan laajennetusta Bernoullin yhtälöstä. Nostokorkeus on noin 20 m. Periaatteesta tulee tässä puoli pistettä ja oikeasta vastauksesta puoli pistettä. Todellinen nostokorkeus eroaa ideaalisesta siten, että se on aina ideaalista pienempi, koska pumpussa tapahtuu erilaisia häviöitä, minkä seurauksena kaikki fluidiin tuotu teho ei muutu hyödylliseksi työksi. Tämän ajatuksen esille tuomisesta tulee yksi piste.
4. Vettä ($\rho=998,2 \text{ kg/m}^3$, $\mu=1,002 \times 10^{-3} \text{ kg/(m s)}$) virtaa kuvan 2 mukaisen putkiston läpi ulos hanasta vapaana suihkuna. Putkiston halkaisija on 1,9 cm ($\epsilon=1,5 \times 10^{-6} \text{ m}$) ja tilavuusvirta on 45 l/min.
- a) Miten putkistossa tapahtuvat häviöt tyypillisesti luokitellaan? Jaa tässä järjestelyssä tapahtuvat häviöt näihin luokkiin. (1p)
- Tässä riittää, että osaa erotella putkessa tapahtuvat kitkahäviöt ja erilaisissa komponenteissa ja liitoksissa tapahtuvat kertahäviöt. Tästä saa puoli pistettä. Täysi piste tulee, kun osaa kytkeä tehtävän suorat putkiosuudet kitkahäviöihin ja putken mutkissa, venttiilissä ja hanassa tapahtuvat häviöt kertahäviöihin.
- b) Selitä vaiheittain, miten paine muuttuu pisteiden (1) ja (2) välillä. (2p)
- Tässä on oleellista, että on osannut selittää, miten kitkahäviöt vaikuttavat paineeseen (lineaarinen muutos), miten kertahäviöt vaikuttavat paineeseen (askelmainen muutos), miten korkeuserot vaikuttavat paineeseen (paine kasvaa lineaarisesti alaspäin siirryttäessä) ja miten halkaisijan muutos hanassa vaikuttaa paineeseen (nopeusero aiheuttaa paine-eron). Jokaisesta edellä kuvatussa vaikutuksesta tulee puoli pistettä.
- c) Määritä paine pisteessä (1). (3p)
- Paine on määritettävissä laajennetun Bernoullin yhtälön avulla. Apuna on tieto siitä, että hanasta virtaa vapaa suihku sekä tieto hanan ja putkiston halkaisijasta. Kertahäviöt ovat määriteltävissä annettujen kertoimien avulla ja kitkahäviökerroin Moody-diagrammin avulla. Oikea paine on noin 206 kPa. Puoli pistettä tulee laajennetun Bernoullin yhtälön käytöstä, puoli pistettä vapaan suihkun hyödyntämisestä, puoli pistettä nopeuksien määrittämisestä, puoli pistettä kertahäviöistä, puoli pistettä kitkahäviöiden määrittämisestä ja puoli pistettä oikeasta ratkaisusta.



Kuva 1: Tehtävä 3 (Young et al, 2012)



Kuva 2: Tehtävä 4 (Young et al, 2012)