KJR-C2003 Virtausmekaniikan perusteet, K2016

Tentti, perjantai 27.5.2016 8:15-12:15

Arvioinnin pääpiirteet on kuvattu kunkin tehtävän osalta alla. Pienten virheiden osalta on käytetty ns. miinus-periaatetta, jossa pieni virhe (tyypillisesti laskuvirhe) tuottaa yhden miinuksen. Jos saman päätehtävän alla (1-5) on useampi miinus, lähtee tehtävästä puoli pistettä jokaista kahta miinusta kohden (kahdesta puoli pistettä, neljästä piste jne.).

1. Vastaa lyhyesti (enintään muutama virke) seuraaviin kysymyksiin. Jokaisesta kohdasta 1p.

   a) Mitä eroa on Newtonilaisella ja epä-Newtonilaisella fluidilla?

      Newtonilaisella fluidilla leikkausjännitys on lineaarinen funktio leikkausnopeudesta, kun taas epä-Newtonilaisella fluidilla riippuvuus on epälineaarinen eli viskositeetti saattaa riippua leikkausnopeudesta. Ajatuksen esittämisestä jotenkin järjellisesti tulee piste. Jos vain toinen on järjellisesti kuvattu, tulee puoli pistettä.

   b) Mikä on Lagrangen ja Eulerin kuvaustapojen ero ja miten se näkyy liikemääräyhtälössä?

      Tässä pitäisi kuvata se, että Lagrangen kuvaustavassa suuret ovat sidottu partikkeleihin, kun Eulerin kuvaustavassa suureet kuvaavat virtauskenttää avaruuden pisteissä. Kunhan tämä perusperiaate on osattu kuvata, tulee tästä puoli pistettä. Täydet pisteet tulevat, jos on osattu selittää, että oleellinen ero liikemääräyhtälössä on kiihtyvyystermissä, joka koostuu Lagrangen kuvaustavassa suoraan nopeuden aikaderivaatasta, mutta Eulerin kuvaustavassa kiihtyvyys koostuu nopeuskentän aikaderivaatan lisäksi konvektiokiihtyvyydestä, joka kuvaa partikkelin nopeuden muutosta, kun se siirtyy nopeuskentässä.

   c) Miten Euler- ja Navier-Stokes yhtälöt eroavat toisistaan?

      Euler-yhtälöt kuvaavat kitkattoman virtauksen liikemäärän säilymistä ja Navier-Stokes -yhtälöt vastaavasti samaa kitkalliselle virtaukselle. Erona yhtälöissä on jännitystermi, jossa esiintyy Euler-yhtälöissä ainoastaan paine ja Navier-Stokes -yhtälöissä lisäksi leikkausjännitykset. Jos tämän on osannut selittää järjellisesti, saa pisteen.

   d) Miten virtausta kuvaavat yhtälöt ovat yksinkertaistettavissa, jos virtaus oletetaan pyörteettömäksi?

      Tässä on oleellista se, että virtausta kuvaava yhtälö on pyörteettömässä tapauksessa Laplacen yhtälö. Laplacen yhtälö seuraa potentiaalifunktion tapauksessa jatkuvuusyhtälöstä ja virtafunktion tapauksessa pyörteettömyysehdosta. Liikemäärän (tai energian) säilymistä kuvaa tällöin Bernoullin yhtälö, joka on pyörteettömässä tapauksessa sovellettavissa minkä tahansa kahden pisteen välillä. Pisteen vastaus edellyttää, että molemmat yhtälöt on huomioitu vastauksessa.

   e) Mitä Moody-diagrammi kuvaa?

      Moody-diagrammi kuvaa putkivirtauksen kitkavastuskerrointa eri Reynoldsin luvuilla ja putken pinnankarheuksilla. Oleellista on, että kyseessä on tietynlaisen putken aiheuttama vastus tietyssä virtaustilanteessa. Yksi piste tulee, jos tämä ajatus on jotenkin järkevästi kuvattu.

   f) Miten kappaleeseen vaikuttava voima jaetaan vastukseksi ja nostovoimaksi?

      Vastus määritellään voimakomponentiksi virtauksen suunnassa ja nostovoima virtausta vastaan kohtisuoraksi voimakomponentiksi. Pisteen vastauksessa molemmat määritelmät tulee olla oikein.

2. Pyöreässä putkessa olevalle pallolle määritetään vastus $\mathscr{D}$ kokeellisesti. Oleta, että vastus on funktio pallon halkaisijasta d, putken halkaisijasta D, nesteen virtausnopeudesta V ja nesteen tiheydestä ρ.

   a) Määritä vastukselle dimensioton riippuvuus käyttäen toistuvien muuttujien menetelmää. (4p)

      Tehtävä ratkeaa suoraan käymällä läpi toistuvien muuttujien menetelmän eri vaiheet. Oleellista on määrittää ensiksi muuttujien yksiköt oikein (1 piste) ja valita oikea määrä toistuvia muuttujia siten, että ne ovat riippumattomia ja että vastusta ei valita toistuvaksi muuttujaksi (1 piste). Tämän jälkeen tehdään ei-toistuvat muuttujat dimensiottomiksi. Tästä tulee yksi piste, jos periaate on oikein eli määritetty dimensiottomat muuttujat ei-toistuvien ja toistuvien muuttujien tulona, jossa on tuntemattomat potenssit. Muuttujat tulevat oikeassa tavassa valittua siten, että lopulta saadaan dimensioton vastus dimensiottoman halkaisijan d/D tai D/d funktiona. Oikeasta tuloksesta eli dimensiottomista muuttujista ja riippuvuudesta tulee yksi piste.

   b) Kokeet näyttävät, että vastus arvoilla d = 0,5 cm, D = 1 cm ja V = 0,6 m/s on 7×10^{-3} N, kun virtaava neste on vettä. Määritä vastus pallolle putkessa, jonka halkaisija on 0,6 m, kun veden virtausnopeus on 2 m/s. Pallon halkaisija määräytyy geometrisen similaarisuuden perusteella. (2p)

      Tässä on kyse similaarisuudesta ja siitä, miten dimensiottomia suureita voidaan käyttää tulosten skaalaamiseen kahden mittakaavan välillä. Jos a-kohdan yhteys on johdettu siten, että dimensioton vastus on funktio dimensiottomasta pallon halkaisijasta, on geometrisen similaarisuuden perusteella dimensioton vastus sama molemmissa tilanteissa. Tällöin tehtävässä tulee laskea ensin dimensioton vastus annetuilla koetuloksilla ja skaalata tulos tämän jälkeen dimensiottoman vastuksen määritelmän avulla kysyttyyn tilanteeseen. Pallon halkaisija kysytyssä tilanteessa saadaan geometrisesta similaarisuudesta. Periaatteesta tulee jälleen yksi piste ja oikeasta tuloksesta toinen piste. Vastus on noin 280 N.

3. Kuvan 1 keskipakopumpun tilavuusvirta vedellä on 0,007 m^3/s. Absoluuttinen nopeus sisäänvirtauksessa on säteen suuntainen ja suhteellinen nopeus ulosvirtauksessa kuvan siiven suuntainen.

   a) Piirrä nopeuskolmio ulosvirtauksessa ja selitä, mitä nopeuskolmion eri komponentit kuvaavat. (2p)

   Oikein piirretystä nopeuskolmiosta tulee yksi piste. Nopeuskolmio koostuu kehänopeudesta, suhteellisesta nopeudesta ja absoluuttisesta nopeudesta. Kehänopeus liittyy etäisyyteen impellerin pyörimisakselista ja kulmanopeuteen. Suhteellinen nopeus liittyy impellerin geometriaan ja on suurin piirtein impellerin siivistön suuntainen. Absoluuttinen nopeus on kehänopeuden ja suhteellisen nopeuden vektorisumma, joka on nopeus kiinteässä koordinaatistossa. Jos nämä on jotenkin järjellisesti selitetty, tulee tästä toinen piste.

   b) Määritä pumpun teho. (2p)

   Pumpun teho saadaan laskemalla kulmaliikemäärän taseesta momentti ja kertomalla tämä pumpun kulmanopeudella. Tähän perustuva kaava löytyi myös suoraan kaavakokoelmasta. Kulmaliikemäärän taseen laskentaan tarvitaan absoluuttisen nopeuden tangentiaalinen komponentti ulosvirtauksessa, massavirta sekä kehänopeus. Tangentiaalinen nopeuskomponentti ratkeaa nopeuskolmiosta puhtaasti trigononometrian avulla. Oikea teho on noin 1,4 kW. Kulmaliikemäärän taseen periaatteesta tulee puoli pistettä, radiaalisen nopeuden määrittämisestä puoli pistettä, tangentiaalisen nopeuden määrittämisestä puoli pistettä ja oikeasta tehosta puoli pistettä.

   c) Määritä pumpun ideaalinen nostokorkeus ja selitä, miten tämä eroaa todellisesta nostokorkeudesta. (2p)

   Ideaalinen nostokorkeus on määriteltävissä pumpun tehosta, kun oletetaan, että kulmaliikemäärän taseella laskettu teho menee kokonaan fluidin nostokorkeudeksi. Tehon ja nostokorkeuden välinen yhteys saadaan laajennetusta Bernoullin yhtälöstä. Nostokorkeus on noin 20 m. Periaatteesta tulee tässä puoli pistettä ja oikeasta vastauksesta puoli pistettä. Todellinen nostokorkeus eroaa ideaalisesta siten, että se on aina ideaalista pienempi, koska pumpussa tapahtuu erilaisia häviöitä, minkä seurauksena kaikki fluidiin tuotu teho ei muutu hyödylliseksi työksi. Tämän ajatuksen esille tuomisesta tulee yksi piste.

4. Oletetaan kitkaton, kokoonpuristumaton ja yksiulotteinen veden virtaus vaakatasossa olevan T-liitoksen läpi (kuva 2). Määritä liitoksen veteen kohdistaman voiman x- ja y-komponentit. Kunkin putken sisähalkaisija on 1 m.

   a) Piirrä kontrollitilavuus, jota voit käyttää voimien ratkaisemiseen. (1p)

   Kontrollitilavuudeksi kannattaa valita liitoksessa oleva fluidi. Tällöin reaktiovoima on suoraan liitoksen veteen kohdistama voima. Oleellista on valita tilavuus siten, että leikkauspinnoilla tiedetään jotain virtaussuureista.

   b) Kuvaa (piirrä ja nimeä/selitä) kaikki valitsemaasi kontrollitilavuuteen vaikuttavat voimat. (1p)

   Tässä tapauksessa kontrollitilavuuteen vaikuttaa ainoastaan reaktiovoima ja paineiden aiheuttamat voimat liitoksen ja kontrollitilavuuden leikkauspinnoilla. Näistä tulee molemmista puoli pistettä.

   c) Määritä voiman komponentit. (4p)

   Voimat ratkeavat liikemääräyhtälöllä, johon tarvitaan nopeudet ja paineet leikkauspinnoilla. Nopeudet saadaan jatkuvuusyhtälön avulla, mistä tulee puoli pistettä. Paineet saadaan tunnetun paineen ja Bernoullin yhtälön avulla, mistä tulee myös puoli pistettä. Liikemääräperiaatteesta x- ja y-suuntiin tulee piste molemmista ja oikeasta tuloksesta puoli pistettä per suunta. Liitoksen veteen kohdistama voima on noin 185 kN positiivisen x-akselin suuntaan ja 45,8 kN negatiivisen y-akselin suuntaan.

5. Vettä (tiheys 1000 kg/m^3) pumpataan suuresta tankista (kuva 3). Painehäviöiden metreinä tiedetään olevan $4V^2/2g$ ja pumpun nostokorkeus on $h_p = 20 - 40Q^2$, jossa h_p:n yksikkö on m ja Q:n m^3/s. Tehtävänäsi on määrittää tilavuusvirta ja pumpun teho.

   a) Kuvaa tunnetut suureet ja yhtälöt, joita tarvitset tehtävän ratkaisemiseksi. (2p)

   Tunnettuja suureita ovat paine tankin pinnalla (ilmanpaine tai nolla), paine suihkussa (ilmanpaine tai nolla; vapaa suihku), nopeus tankin pinnalla, joka voidaan olettaa nollaksi, koska tankki on suuri, sekä asemakorkeudet. Ratkaisemiseen tarvitaan laajennettua Bernoullin yhtälöä sekä jatkuvuusyhtälöä. Suureista tulee piste ja yhtälöistä toinen piste.

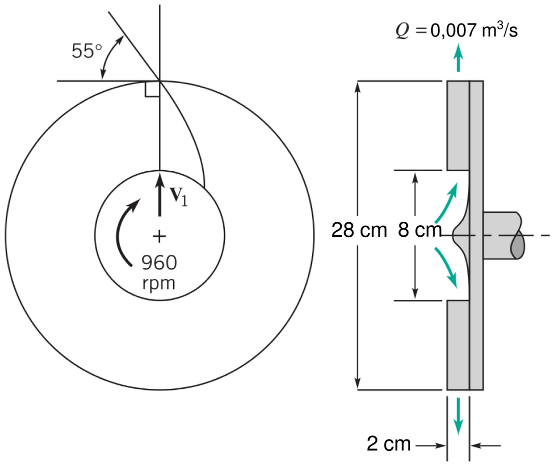
   b) Määritä tilavuusvirta. (2p)

   Ratkaisu perustuu laajennetun Bernoullin yhtälön soveltamiseen. Periaatteen osalta on oleellista, että on osattu käyttää oikeaa muotoa laajennetusta Bernoullin yhtälöstä, asettaa oikeat termit nolliksi, käyttää häviötä ja nousukorkeutta oikein siten, että yksiköt täsmäävät yhtälön muiden termien kanssa sekä hyödyntää jatkuvuusyhtälöä tilavuusvirran sijoittamiseksi yhtälöön. Oikea tilavuusvirta on noin 0,087 m^3/s. Laajennetun

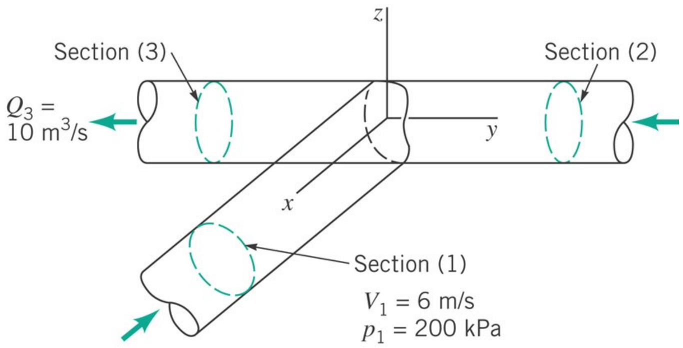
Bernoullin yhtälön käyttämisestä tulee puoli pistettä. Puoli pistettä tulee siitä, että on osattu käyttää tunnettuja suureita, puoli pistettä tulee häviöiden ja pumpun nostokorkeuden yhdistämisestä yhtälöön oikeassa muodossa yhden tuntemattoman funktiona ja oikeasta vastauksesta tulee vielä puoli pistettä.

c) Määritä pumpun teho. (2p)

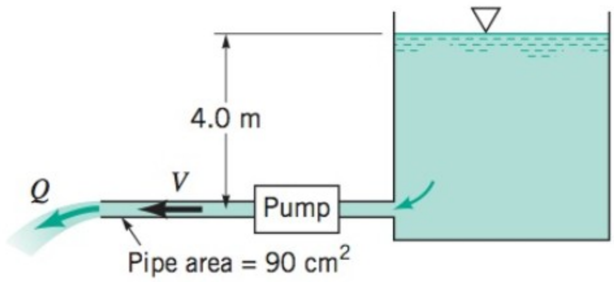
Teho saadaan suoraviivaisesti nostokorkeuden ja massavirran avulla, kun tilavuusvirta tunnetaan. Teho on noin 16,8 kW. Ratkaisun periaatteesta tulee tässä yksi piste ja toinen piste tulee oikeasta ratkaisusta.



Kuva 1: Tehtävä 3 (Young et al, 2012)



Kuva 2: Tehtävä 4 (Young et al, 2012)



Kuva 3: Tehtävä 5 (Young et al, 2012)