

Aalto-yliopisto
Perustieteiden korkeakoulu

Matematiikan laitos

Malmivuori

MS-A0503 Todennäköisyyslaskennan ja tilastotieteen peruskurssi

2. välikoe 3.9.2015 klo 16-19

Täytä selvästi jokaiseen vastauspaperiin kaikki otsaketiedot. Merkitse kursikoodikohtaan opintojakson numero, nimi ja onko kyseessä tentti vai välikoe. Tutkinto-ohjelmakoodit ovat ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KTA, KON, MAR, MTE, PUU, RRT, TIK, TLT, TUO, YYT.

Write on each paper clearly your name and your student number. Write also headings above; i.e. the name of the course, the course code and on which of the programs ARK, AUT, BIO, EST, ENE, GMA, INF, KEM, KTA, KON, MAR, MTE, PUU, RRT, TIK, TLT, TUO, YYT are you studying; or if you have still another program which is not mentioned here, then write it.

Koeaika on 3h.

Exam time is 3 hours.

Ohjeita tenttiin ja välikokeisiin:

Tentissä ja välikokeissa saa olla mukana ylioppilastutkintolautakunnan hyväksymä laskin, Mellinin tilastolliset taulukot ja a4-kokoinen muistiinpanolappu.

Muistiinpanolapun tulee olla käsin kirjoitettu, tekstiä saa olla vain toisella puolella ja lapun oikeassa yläkulmassa tulee olla oma nimi ja opiskelijanumero.

Tentissä ja välikokeissa ei jaeta erillistä kaavakokoelmaa. Tilastollisissa taulukoissa ei saa olla omia merkintöjä.

1. (6 p.)

Jatkuvan satunnaismuuttujan X jakauma riippuu parametrinä $\theta > 0$ ja sen tiheysfunktio on

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \theta(x-1)^{\theta-1}, & 1 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{muulloin.} \end{cases}$$

Otamme satunnaisotoksen tästä jakaumasta (X_1, \dots, X_n) . Määrää suurimman uskottavuuden estimaattori (estimaatti) paramterille θ .

Let X be a random variable, which has a density function f depending on the parameter $\theta > 0$

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \theta(x-1)^{\theta-1}, & 1 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

We have a random sample (X_1, \dots, X_n) , the elements of which have the distribution given by the function f . Determine the most likelyhood estimator for the parameter θ .

2. (6 p.)

Tutkitaan kuntalaisten kantaa erään julkisilla varoilla rakennettavan rakennuksen kannatukseen. Vastausvaihtoehdot ovat siis "kannaattaa" tai "ei kannata".

Kuinka suuri otos on valittava, jotta saataisiin 95 prosentin varmuus siitä, että otoksesta laskettu kannattajien suhteellinen osuus ei poikkea enempää kuin ± 3 prosenttiyksikköä todellisesta kannattajien osuudesta.

We want to know the attitude of the communal citizens for the plan to build a new building, which is funded by the communal money. So the options to answer are "I support the plan" or "I don't support the plan".

How large sample do we have to have to get a 95 percent certainty that the frequency (proportion) of the supporters calculated from the sample does not differ more than ± 3 from the real frequency (proportion) of the supporters.

3. (6 p.)

Tehtaassa valmistetaan kuulia, joiden paino on 0,1 kg. Oletetaan, että kuulien paino vaihtelee satunnaisesti noudattaen normaalijakaumaa.

Poimitaan 100 kappaleen otos kuulia ja punnitaan kunkin paino. Tuloksesksi olemme saamme, että otoskeskiarvo on 0,12 kg ja otosvarianssi on $0,00012 \text{ kg}^2$.

Testaa nollahypoteesia, että tehtaassa valmistettavien kuulien paino on tavoitearvon mukainen ts. 0,1 kg. Vaihtoehtoisena hypoteesina on, että paino eroaa arvosta 0,1 kg.

In a factory we produce hard balls the weight of which planned to be 0,1 kg. We assume that the weight of the hard balls varyis randomly having the normal distribution.

We pick a sample of 100 hard balls and measure the weight of each. We have the results that the arithmetic mean of the sample is 0,12 kg and the variance of the sample is $0,00012 \text{ kg}^2$.

Test the hypothesis that the weight of the hard balls produced in the factory have the desired value 0,1 kg. The alternative hypothesis is that the weight differs from the desired value 0,1 kg.

4. (6 p.)

Muuttujien X ja Y havaitut arvot ovat seuraavassa taulukossa.

x	1	0	2	3	4
y	1	0,2	1,9	2,7	3,5

a) Määritä regressiomallin $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ regressiokertoimien PNS-estimaatit.

b) Määritä estimoidun regressiomallin selitysaste.

c) Määritä estimoidun regressiomallin jäännösvarianssin estimaatti.

The noticed values of the variables X ja Y are below.

x	1	0	2	3	4
y	1	0,2	1,9	2,7	3,5

a) Determine the least sum of squares estimators of the parameters of the linear regression model $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$.

b) Determine the statistical degree R^2 of the estimated linear model.

c) Determine the estimate of the variance s^2 of random part ε of the model.