



Aalto-yliopisto

Aalto-yliopisto, Matematiikan ja Systemianalyysin laitos

Hakula/Kuortti

MS-A0001 Matriisilaskenta

2. Välikoe

23.10.2014

1. Olkoot

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Laske hajotelma $\mathbf{PA} = \mathbf{LU}$.

2. Olkoot

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Laske $\det(-\mathbf{UV}^T)$ ja $\det(2\mathbf{U}^T\mathbf{V})$.

3. a) Olkoon $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ säännöllinen matriisi, jonka eräs ominaisarvo λ , $\text{Im}(\lambda) > 0$ on kompleksiluku. Näytä, että myös λ :n kompleksikonjugaatti $\bar{\lambda}$ on ominaisarvo. Mitä voit päätellä kolmannelta ominaisarvosta?

b) Osoita, että jos säännölliselle $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ pätee $\mathbf{Ax} = \lambda\mathbf{x}$, $\lambda > 1$, $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$, niin $\mathbf{A}^{-\infty} = \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{A}^{-k}$ ei ole säännöllinen.

4. Olkoon

$$\mathbf{A} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Etsi \mathbf{A}^{2014} ja $\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{A}^k$.