

Laskinten käyttö tentissä ei ole sallittua.

**Huom:** jos et ole suorittanut kurssin pakollisia tietokonekotehtäviä, tenttiäsi ei arvostella.

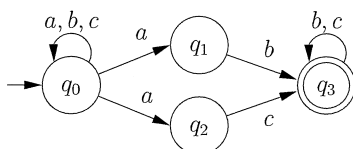
1. (a) Laadi deterministinen äärellinen automaatti, joka tunnistaa kielen

$$\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ sisältää osajonon } aab\}.$$

- (b) Laadi deterministinen äärellinen automaatti, joka tunnistaa kielen

$$\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ ei sisällä osajonoa } bab\}.$$

- (c) Tarkastellaan alla olevaa aakkoston  $\{a, b, c\}$  epädeterminististä automaattia:



Kuvaa automaatin tunnistama kieli sanallisesti yhdellä tai kahdella lauseella. Anna minimaalinen deterministinen äärellinen automaatti, joka tunnistaa saman kielen.

10 pistettä

2. (a) Muodosta säännöllinen lauseke, joka kuvaa kielen

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ sisältää vähintään 2 kpl } a\text{-merkkiä}\}$$

- (b) Tarkastellaan aakkoston  $\{a, b\}$  säännöllistä lauseketta  $ab(a^*b \cup bb)^*b$ . Muodosta deterministinen äärellinen automaatti, jossa on mahdollisimman vähän tiloja ja joka tunnistaa lausekkeen kuvaaman kielen.

- (c) Muodosta säännöllinen lauseke, joka kuvaa kielen

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ ei sisällä osajonoa } aa\}$$

Vihje: kannattaa mahdollisesti muodostaa ensin vastaava deterministinen äärellinen automaatti ja sitten lauseke sen perusteella.

10 pistettä

3. Tarkastellaan aakkoston  $\{a, b, c\}$  kieltä

$$L = \{a^i b^j c^k \mid k \leq i + j\}.$$

- (a) Todista, että kieli ei ole säännöllinen.  
(b) Laadi yhteydetön kielioppi, joka kuvaa kielen.  
(c) Anna merkkijonojen  $abbc$  ja  $aacc$  jäsennyyspuut kieliopissasi.  
(d) Suunnittele pinoautomaatti, joka tunnistaa kielen, ja kuvaa sen toimintaidea muutamalla lauseella. Onko automaattisi deterministinen?

16 pistettä

4. Tarkastellaan yksinkertaistettua ohjelmointikielen yhteydetöntä kielioppia, missä päätesymbolien joukko on  $\Sigma = \{\text{if, then, while, do, ;, :=, =, <, var, num, func, ,, (, )\}$ , välikkeiden joukko on  $\{stmts, stmt, assign, term, expr, exprList\}$ ,  $stmts$  on lähtösymboli, ja produktiot ovat

$$\begin{aligned} stmts &\rightarrow stmt \mid stmt ; stmts \\ stmt &\rightarrow \text{if term then stmt} \mid \text{while term do stmts} \mid \text{assign} \\ assign &\rightarrow \text{var} := \text{expr} \\ term &\rightarrow \text{expr} < \text{expr} \mid \text{expr} = \text{expr} \\ expr &\rightarrow \text{var} \mid \text{num} \mid \text{func}(\text{exprList}) \\ exprList &\rightarrow \varepsilon \mid \text{expr}, \text{exprList} \end{aligned}$$

Esimerkiksi  $\Sigma$ -merkkijono "**var := func(var,num); while var < num do var := func(num)**" kuuluu kieliopin tuottamaan kieleen.

- (a) Onko kielioppi vasemmalle rekursiivinen? Perustele vastauksesi.  
 (b) Onko kielioppi LL(1)-kielioppi? Perustele vastauksesi lyhyesti (täydellisiä FIRST- ja FOLLOW-joukkoja ei tarvitse antaa). Jos kielioppi ei ole LL(1)-kielioppi, anna LL(1)-kielioppi, joka tuottaa saman kielen (rittää antaa muutetut produktiot).

6 pistettä

5. (a) Kerro lyhyesti (korkeintaan 5 lauseella), mikä on "Churchin–Turingin teesi".  
 (b) Määrittele käsitteet "rekursiivinen kieli" ja "rekursiivisesti numeroituva kieli".  
 (c) Tarkastellaan kieltä

$$\{x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}^* \mid x \text{ on kahden alkuluvun tulo}\}.$$

Esimerkiksi merkkijono 15 kuuluu kieleen koska  $3 \times 5 = 15$  mutta 16 ei kuulu kieleen. Onko kieli rekursiivinen? Perustele vastauksesi.

- (d) Todista seuraava väite joko todeksi tai epätodeksi. Olkoot  $L_1$  ja  $L_2$  aakkoston  $\Sigma$  kieliä. Jos  $L_1$  on yhteydetön ja  $L_2$  on rekursiivinen, niin silloin myös kieli  $L_1 \cap L_2$  on yhteydetön.

10 pistettä

6. Tarkastellaan seuraavaa päätösongelmaa

Annettuna Turingin kone  $M$ . Onko niin, että kaikki koneen hyväksymät merkkijonot ovat parillisen mittaisia?

eli kieltä

$$L_{\text{even}} = \{c \in \{0, 1\}^* \mid \text{kaikille } x \in \{0, 1\}^* \text{ pätee: jos } x \in \mathcal{L}(M_c), \text{ niin } |x| \in \{0, 2, 4, 6, \dots\}\}$$

missä  $M_c$  tarkoittaa merkkijonon  $c$  kuvaamaa Turingin konetta ja  $\mathcal{L}(M_c)$  Turingin koneen  $M_c$  tunnistamaa kieltä.

Todista, että kieli  $L_{\text{even}}$  on ratkeamaton (eli ei-rekursiivinen). Jos käytät Ricen lausetta (ei ole välttämätöntä, voit käyttää esimerkiksi myös rekursiivisiin palautuksiin perustuvaa todistusta), niin määrittele tarkasti myös Ricen lause, siihen liittyvät käsitteet "semanttinen ominaisuus", "triviaali semanttinen ominaisuus" ja "ratkeava semanttinen ominaisuus".

7 pistettä

7. Mihin kellonaikaan lopetit tenttitehtäviin vastaamisen?

1 pistettä