

Vastaa kaikkiin kolmeen tehtävään. Perustele vastauksesi lyhyesti.

Sallittu oheismateriaali: taskulaskin (myös ohjelmoitavat ja graafiset laskimet käyvät).

Palauta vähintään yksi nimelläsi varustettu konsepti. Palauta **kaikki** saamasi yliopiston konseptiarkit – myös tyhjät ja suttupaperit. Tehtäväpaperin saat pitää.

4. Vastaa seuraaviin kysymyksiin lyhyesti ja kattavasti. Jos kirjoitat vastauksen kaavana, selitä kaava. Jokainen kohta on kahden pisteen arvoinen.
- (a) Mitä ilmaisee sinimuotoisen tasoallon aaltoluku (engl. wave number)?
 - (b) Mitä tarkoittaa kokonaisheijastuksen rajakulma (critical angle)?
 - (c) Mitä tarkoittaa polarisoiva akseli (polarizing axis)?
 - (d) Mitä ilmaisee kameran linssin tai objektiivin aukkoluku (f -number)?
 - (e) Mikä on Airyn kiekko (Airy disk)?

5. Tyhjiössä etenee sähkömagneettinen tasoalto, jonka magneettikenttä on

$$\vec{B} = \hat{k} (245 \text{ nT}) \cos \left(\left(40.0 \frac{\text{rad}}{\text{m}} \right) y + \left(12.0 \times 10^9 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right) t \right).$$

- (a) Mikä on aallon aallonpituus? (1 p.)
- (b) Määritä aallon hetkittäinen sähkökenttävektori. (3 p.)
- (c) Määritä aallon Poyntingin vektori. (3 p.)

Laske *lukuarvot* ja merkitse *yksiköt* näkyviin.

6. Silmän paras pienten kohteiden erottelukyky riippuu pupillin (värikalvon aukon) halkaisijasta (diffraktioilmiö) ja verkkokalvon aistinsolujen koosta. Aistinsolujen koko (halkaisija noin $5.0 \mu\text{m}$) rajaa silmän erottelukyvyn niin, että silmän lähipisteessä (25 cm silmästä) olevista kohteista pystytään erottamaan noin $50 \mu\text{m}$:n yksityiskohtia. Laskujen yksinkertaistamiseksi silmän nesteen vaikutus unohdetaan.
- (a) Jos pupillin halkaisija on 2.0 mm ja kohde on silmän lähipisteessä, kuinka pienet yksityiskohdat silmä pystyy erottamaan toisistaan Rayleigh'in kriteerin mukaan? Kohdetta valaistaan valolla, jonka aallonpituus on 550 nm. (5 p.)
 - (b) Kumpi ilmiö on merkittävämpi silmän erottelukyvyn rajoittaja: diffraktio vai aistinsolujen koko? Perustele. (2 p.)

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

$$p = qd$$

$$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{encl}}}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r} \hat{r}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{n}$$

$$E_{\perp} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$W_{a \rightarrow b} = U_a - U_b$$

$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

$$V = \frac{U}{q_0}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$

$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$C = \frac{Q}{V_{ab}}$$

$$C = \frac{A}{\epsilon d}$$

$$\epsilon = K\epsilon_0$$

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

$$C_{\text{eq}} = \sum_i C_i$$

$$i = C \frac{dV_{ab}}{dt}$$

$$U = \frac{Q^2}{2C}$$

$$u = \frac{1}{2} \epsilon E^2 = u_E$$

$$\oint K\vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{encl-free}}}{\epsilon_0}$$

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

$$\vec{J} = nq\vec{v}_d$$

$$\rho = \frac{J}{A}$$

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

$$V_{ab} = \mathcal{E} - Ir$$

$$P = V_{ab}I$$

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

$$\vec{\mu} = I\vec{A}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I_{\text{encl}}}{2\pi r}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{encl}}$$

$$\mu = K_m \mu_0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = \mathcal{E}$$

$$\mathcal{E} = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$i_D = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (i_C + i_D)_{\text{encl}}$$

$$M = \frac{N_2 \Phi_{B2}}{i_1} = \frac{N_1 \Phi_{B1}}{i_2}$$

$$\mathcal{E} = -L \frac{di}{dt}$$

$$L = \frac{N\Phi_B}{i}$$

$$V_{ab} = L \frac{di}{dt}$$

$$U = \frac{1}{2} LI^2$$

$$u = \frac{B^2}{2\mu} = u_B$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

$$V_1 I_1 = V_2 I_2$$

$$E = vB$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}, \quad v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = f\lambda$$

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

$$I = S_{\text{av}} = \langle |\vec{S}| \rangle = \frac{E_{\text{max}} B_{\text{max}}}{2\mu_0}$$

$$\frac{1}{A} \frac{dp}{dt} = \frac{S}{c}, \quad p_{\text{rad}} = \frac{\langle dp/dt \rangle}{A}$$

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{K K_m}$$

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

$$\theta_r = \theta_a$$

$$n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b$$

$$\sin \theta_{\text{crit}} = \frac{n_b}{n_a}$$

$$I = I_{\text{max}} \cos^2 \phi$$

$$\tan \theta_p = \frac{n_b}{n_a}$$

$$\Gamma = \frac{n_a - n_b}{n_a + n_b}$$

$$\tau = 1 + \Gamma$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$f = \frac{R}{2}$$

$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}$$

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$f^* = \frac{f}{D}$$

$$M = \frac{\theta'}{\theta}$$

$$d \sin \theta = m\lambda$$

$$d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda$$

$$y_m = R \frac{m\lambda}{d}$$

$$E_P = 2E \left| \cos \frac{\phi}{2} \right|$$

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2}$$

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1)$$

$$2t = m\lambda$$

$$2t = \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda$$

$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{a}$$

$$I = I_0 \left(\frac{\sin [\pi a \sin(\theta)/\lambda]}{\pi a \sin(\theta)/\lambda} \right)^2$$

$$d \sin \theta = m\lambda$$

$$2d \sin \theta = m\lambda$$

$$\sin \theta_1 = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

$$\nabla F = \hat{i} \frac{\partial F}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial F}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial F}{\partial z}$$

$$\langle \sin^2 \omega t \rangle = 1/2$$

$$\langle \sin \omega t \rangle = 0$$

$$\cos \theta = \sin(\pi/2 - \theta)$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$k_B \approx 1.381 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$e \approx 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_e \approx 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$h \approx 6.626 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

$$G \approx 6.674 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{Ns}^2}{\text{C}^2} \quad \left(= \frac{Vs}{\text{Am}} = \frac{\text{H}}{\text{m}} \right)$$

$$\epsilon_0 \approx 8.854 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} \quad \left(= \frac{\text{As}}{\text{Vm}} = \frac{\text{F}}{\text{m}} \right)$$