



Aalto-yliopiston perustieteiden korkeakoulu
Matematiikan ja systeemianalyysin laitos

MS-A0205/MS-A0206

Differentiaali- ja integraalilaskenta 2

Malinen/Maanpää

Välikoe 2, 15.02.2016

Muista jokaiseen paperiin täydelliset otsikkotiedot.

Kaikenlaiset laskukoneet, laskukoneiden kanssa kommunikoivat viestintävälineet, laskutikut variantteineen, sekä muut taulukot ovat tässä kokeessa **kiellettyjä**.

1. Etsi seuraavien funktioiden kriittiset pisteet ja luokittele ne: r^2

a) $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy$; b) $g(x, y) = \sin(x^2 + y^2)$. ?

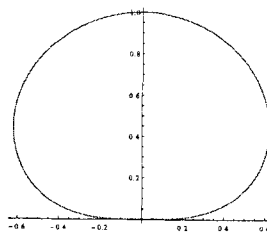
2. Piirrä kuvio tasojoukosta $D = \{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 2, x^2 \leq y \leq x + 2\}$. Laske

pinta-ala $A = \iint_D dA$ ja integraali $\iint_D y dA$.

Mikä on joukon D painopisteen y -koordinaatti näiden integraalien avulla lausuttuna?

3. Laske napakoordinaatistossa annetun lässähtäneen laskiaispullan poikkileikkauksen $r = \sqrt{\sin \theta}$, $0 \leq \theta \leq \pi$, pinta-ala (ks. Kuva 1).

Handwritten notes:
Pinta-ala
lasketaan
napakoordinaatissa



Handwritten notes:
 $x = r \cos \theta$
 $y = r \sin \theta$

Kuva 1: Hyvää laskiaista!

KÄÄNNÄ!

4. Ensimmäisen luokan kabaree- ja dragravintola *Moulin Rougen* Cancan-esitysten viihdyttävyys on ekonometrisen mallinnuksen (J. Vartiainen, 2013) perusteella havaittu olennaisesti riippuvan vain puuterin ja huiskujen määrästä. Toimitusjohtaja Mme. de Pompadourin ainoana toiveena on maksimoida myllynsä tuotto, joka on suoraan verrannollinen Cancan-esitysten viihdyttävyyteen.

Olכון *Moulin Rougen* yhdessä illassa kuluttama puuterin ja huiskujen määrät x_1 (yksikkö kg) ja x_2 (kappalemäärä), jossa puuteri maksaa 3 €/kg ja huiskut 6 €/kpl. Mme. de Pompadourin käyttökate antaa kuitenkin mahdollisuuden vain 300 € sijoitukseen kutakin kabareeiltaa kohden.

Ikävä kyllä, Mme. de Pompadour oli valitettavan tarkkaamaton juuri sillä luennolla, jolla comte de Lagrangen esittämä *kertojen menetelmä* opetettiin. Auta häntä optimoimalla kreivi Lagrangen kertojen menetelmällä Cancan-esityksen tuotto

$$S = 50x_1 - 0.5x_1^2 + 75x_2 - x_2^2$$

$$\text{rajoitusehdolla } 3x_1 + 6x_2 = 300.$$

Anna vastaukseksi huiskujen ja puuterin optimimäärät sekä saavutettu maksimituotto.

lasku

$$\begin{array}{r} 28,11\bar{1} \\ 6 \overline{) 175,5} \\ \underline{12} \\ 55 \\ \underline{48} \\ 7 \end{array}$$

KÄÄNNÄ!