

**A!****MS-A0004/MS-A0006 Matriisilaskenta****Loppukoe, 27.10.2016 klo 9:00-12:00****Aalto-yliopisto**

**Merkitse vastauspaperiin kumpaa kurssia (MS-A0004 vai MS-A0006) suoritat. Huomaa, että kokeessa on kaksi sivua.**

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukkokirjoja.

**Tehtävä 1:** Tarkastellaan yhtälöä  $(z - 1)^3 = 1$ ,  $z \in \mathbb{C}$ .

a) Osoita, että  $z = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}$  toteuttaa yhtälön. (2p.)

b) Etsi loput ratkaisut. (4p.)

Mahdollisesti hyödyllisiä trigonometrinen funktioiden arvoja:

$\varphi$	$\sin \varphi$	$\cos \varphi$	$\tan \varphi$
0	0	1	0
$\pi/12$	$\frac{1}{4}/(\sqrt{6} - \sqrt{2})$	$\frac{1}{4}/(\sqrt{6} + \sqrt{2})$	$2 - \sqrt{3}$
$\pi/6$	1/2	$\sqrt{3}/2$	$1/\sqrt{3}$
$\pi/4$	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	1
$\pi/3$	$\sqrt{3}/2$	1/2	$\sqrt{3}$
$5\pi/12$	$\frac{1}{4}/(\sqrt{6} + \sqrt{2})$	$\frac{1}{4}/(\sqrt{6} - \sqrt{2})$	$2 + \sqrt{3}$
$\pi/2$	1	0	-

**Tehtävä 2:** Etsi Gaussin eliminaation avulla tasojen  $x_1 + 2x_2 = -1$ ,  $x_1 + x_2 + x_3 = -6$  ja  $x_1 + 3x_2 - x_3 = 4$  kaikki leikkauspisteet avaruudessa  $\mathbb{R}^3$ . Mitä saamasi vastaus kertoo tasoista avaruudessa? (6p.)

**Tehtävä 3:** Etsi determinantin avulla ne vakiot  $c \in \mathbb{R}$ , joilla matriisilla

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & c \\ -2 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

on olemassa käänteismatriisi  $C^{-1}$ . (6p.)

**Tehtävä 4:** Etsi seuraavat tason lineaarikuvaukset  $L : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  kohdissa a) ja b) (2p.). Etsi tuloksena saamiesi kuvausten ominaisarvot ja ominaisvektorit (2p.). Piirrä kussakin kohdassa kuvauksia vastaavat kuvat, ja selvitä mikä kuvaus (projektio, venytys, peilaus, kierto, vai niiden yhdistelmä) on kyseessä (2p.).