

Maanantai 24.10.2016, klo 13:00–16:00

Täytä huolellisesti kaikki vaaditut tiedot jokaiseen vastauspaperiin.

Laskimet ja kirjallisuus kielletty.

Tällä kertaa saat olettaa tunnetuksi Fourier-käänteismuunnoksen kaavan.

Arvostelusta: Tarkastaja pisteyttää jokaisen tehtävän asteikolla 0...6. Täydet pisteet voi saada vastauksesta, jossa on harmiton pikkuvirhe. Tehtävästä on mahdollista saada pisteitä, jos vastauksessa on vähänkin asiaa (oikeanlaisia määritelmiä, aiheeseen liittyviä kuvia, laskelmia jne.) — tyhjä vastaus on varmasti nollan pisteen arvoinen.

1. Laske signaalin $s : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ Fourier-muunnos, kun $s(t) = e^{-7|t|}$.
Sievennä tulos reaaliseksi.
2. Laske signaalin $s : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ energia, kun

$$s(t) := \int_{-1}^1 e^{it \cdot \alpha} (1 - \alpha^2) d\alpha.$$

(Vihje: Mitä tiedämme energian säilymisestä Fourier-muunnoksessa?)

3. Miten määritellään digitaalisen ei-periodisen signaalin $s : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}$ diskreetin ajan Fourier muunnos \hat{s} (eli DTFT)?
Laske myös $\hat{\hat{s}}(t)$. Miten $\hat{\hat{s}}$ liittyy signaaliin s ?

4. Miten matriisi $A = \begin{bmatrix} -i & -1 & +i & +1 \\ -1 & +1 & -1 & +1 \\ +i & -1 & -i & +1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 \end{bmatrix}$ liittyy signaalin $s : \mathbb{Z}/4\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}$

diskreettiin Fourier-muunnokseen \hat{s} ? Laske \hat{s} ja r , kun

$$\begin{aligned} (s(1), s(2), s(3), s(4)) &= (3, 2, 3, 5) \\ &= (\hat{r}(1), \hat{r}(2), \hat{r}(3), \hat{r}(4)). \end{aligned}$$