

1. (a) Sinimuotoisen värähtelyn teho

$$P = \frac{A^2}{2} = \frac{100^2}{2} = 5000,$$

jossa A värähtelyn amplitudi.

1p järkevistä ratkaisutavasta
+
1p oikeasta vastauksesta

- (b)

$$x_1(t) = 100 \cos(2\pi \cdot 60 \cdot t + \pi/2)$$

1p oikeasta amplitudista
+
1p oikeasta vaiheesta

- (c) Näytteistetty signali sisältää alkuperäistä 60 Hz taajuutta, sekä laskostumisesta seuraavia taajuuksia $n \cdot 100 \text{ Hz} \pm 60 \text{ Hz}$, kun $n \in \mathbb{N}$. Kuusi matalinta taajuutta ovat 40Hz, 60Hz, 140Hz, 160Hz, 240Hz, 260Hz.

1p laskostumisen mainitsemisesta
+
1p kun vähintään 2 taajuutta oikein
+
1p kun kaikki taajuudet oikein; jos yleistä kaavaa ei ole ratkaistu vaaditaan vähintään 4 matalinta taajuutta

- (d) Nyquistin teoreeman rajalla

$$f_s = 2 \cdot 60 \text{ Hz} = 120 \text{ Hz}$$

1p Nyquistin teoreeman mainitsemisesta
+
2p oikeasta vastauksesta

2. (a) Yleistetyn energian määritelmästä

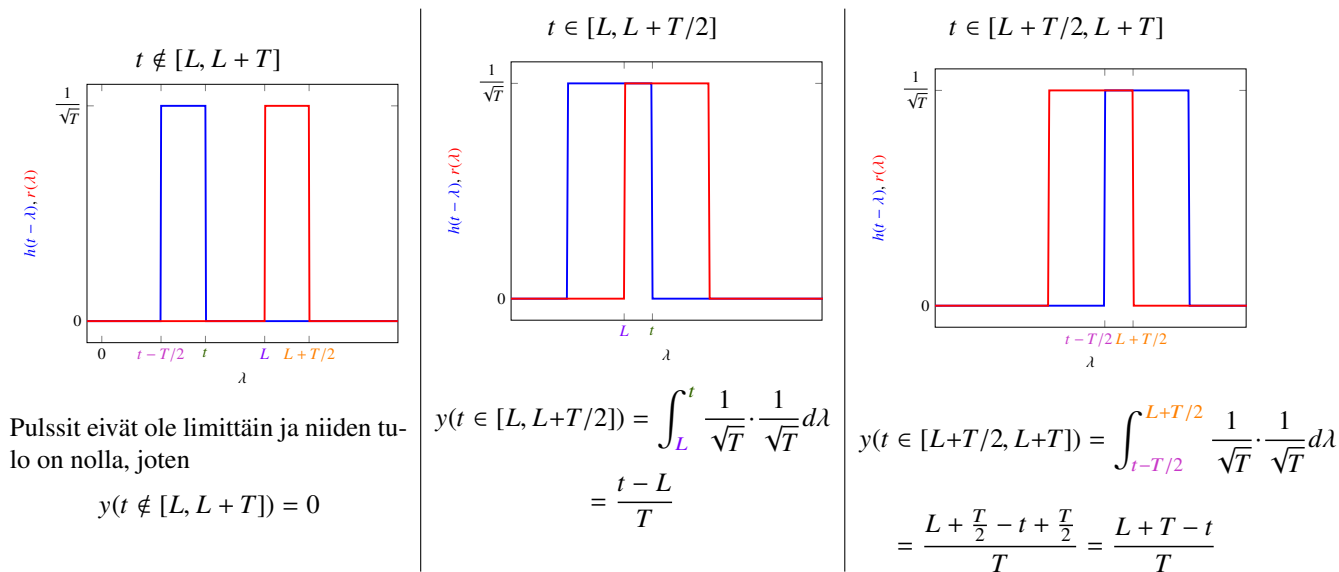
$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt = \int_0^{T/2} \left(\frac{1}{\sqrt{T}}\right)^2 dt = \int_0^{T/2} \frac{1}{T} dt = \frac{1}{2}$$

1p järkevistä ratkaisutavasta
 +
 1p oikeasta vastauksesta

(b) Valitaan $h(t)$ peilattavaksi pulssiksi.

$$y(t) = (h \otimes r)(t) = (r \otimes h)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} r(\lambda)h(t - \lambda)d\lambda = \int_{-\infty}^{\infty} x_2(\lambda - L)x_2(t - \lambda)d\lambda$$

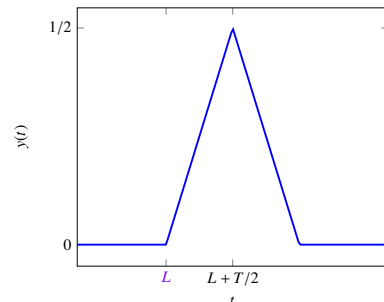
Jaetaan konvoluutio määrittelyalueisiinsa:



$$y(t) = \begin{cases} 0, & t \notin [L, L+T] \\ (t-L)/T, & t \in [L, L+T/2] \\ (L+T-t)/T, & t \in [L+T/2, L+T] \end{cases}$$

1p järkevistä ratkaisutavasta
 +
 1p oikeasta määrittelyalueista
 +
 3p oikeasta funktioista, 1p per määrittelyalue

(c) Latenssi L voidaan määrittää etsimällä vasteen $y(t)$ piikin maksimi $y(L+T/2) = E$ ja maksimin ajanhetki $L+T/2$ ja vähentämällä siitä $T/2$. Latenssi voidaan myös määrittää vasteen $y(t)$ pulssin alkamisen ajankohtana. Edeltävä tapa on kuitenkin tarkempi ja käytännöllisempi.



1p järkevistä ratkaisutavasta
 +
 2p maksimiin perustuvasta ratkaisusta / 1p pulssin alkuun perustuvasta ratkaisusta

3. (a) Kaavakokoelma s. 2 lineaarinen modulaatio ja aikasiirto sekä kaavakokoelma s. 3 suorakaidepulsin Fourier'n muunnos. Sulkujen perässä oleva $(f - f_0)$ tarkoittaa tässä yhteydessä muuttujanvaihtoa $\nu \rightarrow (f - f_0)$ sulkujen sisäiselle funktiolle.

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{x_3(t)\} &= \mathcal{F}\left\{\text{rect}\left(\frac{t-T/2}{T}\right) \cdot A \cos(2\pi f_0 t)\right\} = A \cdot \mathcal{F}\left\{\text{rect}\left(\frac{t-T/2}{T}\right) \cdot \cos(2\pi f_0 t + 0)\right\} \\ &= \frac{A}{2} \left[e^0 \cdot \mathcal{F}\left\{\text{rect}\left(\frac{t-T/2}{T}\right)\right\}(f - f_0) + e^0 \cdot \mathcal{F}\left\{\text{rect}\left(\frac{t-T/2}{T}\right)\right\}(f + f_0) \right] \\ &= \frac{A}{2} \left[\left(e^{-\pi j \nu T} \mathcal{F}\left\{\text{rect}\left(\frac{t}{T}\right)\right\} \right)(f - f_0) + \left(e^{-\pi j \nu T} \mathcal{F}\left\{\text{rect}\left(\frac{t}{T}\right)\right\} \right)(f + f_0) \right] \\ &= \frac{AT}{2} \left[\left(e^{-\pi j \nu T} \text{sinc}(T\nu) \right)(f - f_0) + \left(e^{-\pi j \nu T} \text{sinc}(T\nu) \right)(f + f_0) \right] \\ &= \frac{AT}{2} e^{-\pi j f T} \left[e^{\pi j f_0 T} \text{sinc}(T(f - f_0)) + e^{-\pi j f_0 T} \text{sinc}(T(f + f_0)) \right] = \frac{AT}{2} e^{-\pi j f T} \left[e^{\pi j} \text{sinc}(Tf - 1) + e^{-\pi j} \text{sinc}(Tf + 1) \right] \\ &= -\frac{AT}{2} e^{-\pi j f T} \left[\text{sinc}(Tf - 1) + \text{sinc}(Tf + 1) \right] \end{aligned}$$

3p järkevästä ratkaisutavasta, eli systemaattisesta ja selkeästä laskentatyylisestä tai oikeiden kaavojen käyttämisestä
 +
 1p suunnilleen oikeasta vastauksesta
 +
 2p täysin oikeasta vastauksesta

- (b)

$$\begin{aligned} [X_3(f)] &= [x(t)] [dt] = Vs \\ [|X_3(f)|^2] &= V^2 s^2 = \frac{V^2 s}{\text{Hz}} \end{aligned}$$

2p oikeasta vastauksesta

- (c) *Ikkunoinnilla* tarkoitetaan tapahtumaa, jossa Fourier'n muunnos lasketaan vain palasesta signaalia. Se toteutetaan kertomalla muunnettavaa funktiota *ikkunointifunktiolla* ennen muunnosta. Ikkunointifunktio on jonkinlainen pulssi, jonka tarkoitus on nollata funktio ikkunan ulkopuolella.

1p ikkunoinnista
 +
 1p ikkunointifunktiosta