



Aalto-yliopisto

Aalto-yliopiston perustieteiden korkeakoulu
Matematiikan ja systeemianalyysin laitos

Loppukoe 13.2.2017

Malinen/Vesanen

MS-A0205 Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (ENG1)

MS-A0206 Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (ENG2)

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukoita. Täytä kaikki otsaketiedot kaikkiin vastauspapereihin.

Valitse VIISI tehtävää seuraavista kuudesta tehtävästä.

(Jos kuitenkin vastaat kuuteen, jätetään parhaimman pistemäärän saanut tehtävä pois kokonaispisteistä.)

1. Laske spiraalinpätkän

$$\begin{cases} x(t) = e^{-t} \cos t, \\ y(t) = e^{-t} \sin t, \end{cases}$$

kaaripituus, jossa parametri $t \in [0, \tau]$. Mitä tapahtuu kun $\tau \rightarrow \infty$?

2. Määritä pinnan $x^3 + 3x^2y + y^2 + 2 \cos z = 13$ jokin normaalivektori pisteessä $(1, 2, 0)$.

3. Olkoon

$$f(x, y) = \frac{xy}{x + y},$$

kun $x > 0$, $y > 0$.

a) Laske osittaisderivaatat f_x ja f_y pisteessä $(1, 2)$.

b) Funktion f arvojen muutokselle Δf pisteen $(1, 2)$ lähellä voidaan lineaarisen approksimaation avulla johtaa epäyhtälö

4. Määritä funktion $f(x, y, z) = 2x - 4y + 8z$ suurin ja pienin arvo pallopin-
nalla $x^2 + y^2 + z^2 = 21$ Lagrangen kertojien menetelmällä.
5. Piirrä kuvio tasojoukosta $D = \{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 2, x^2 \leq y \leq x + 2\}$.
Laske sen pinta-ala

$$A = \iint_D dA.$$

ja integraali

$$I = \iint_D y dA.$$

Mikä fysikaalinen merkitys on luvulla $\bar{y} = I/A$?

6. Ympyränmuotoisen R -säteisen levyn D lämpötila $T = T(r)$ laskee keski-
pisteestä mitatun etäisyyden r funktiona keskipisteen arvosta 100 lineaar-
isesti reunan arvoon 0. Muodosta lämpötilan lauseke $T(r)$ ja laske levyn
keskilämpötila

$$\bar{T} = \frac{1}{A} \iint_D T dA.$$