

**T3** Tieverkon sulana pitämiseen on varastoitu suolaa 200 cm lumimäärän varalle. Yksittäisen talvipäivän aikana lunta sataa keskimäärin 4.5 cm, keskihajonnan ollessa 2.5 cm. Tulevien talvipäivien lumimäärät oletetaan toisistaan riippumattomiksi.

- (a) Laske 50 talvipäivän aikana sataneen lumimäärän odotusarvo ja keskihajonta. (2p)
- (b) Onko yo. tietojen pohjalta mahdollista laskea, millä todennäköisyydellä yksittäisenä talvipäivänä sataa lunta yli 12 cm? Jos on, ilmoita vastaus. Jos ei, selitä miksi ei. (1p)
- (c) Laske normaaliapproksimaation avulla arvio todennäköisyydelle, että suola riittää 50 talvipäiväksi. (1p)
- (d) Arvioi normaaliapproksimaatiota käyttäen, kuinka paljon enemmän suolaa pitäisi varata, jotta sitä riittäisi 50 talvipäiväksi vähintään 99% todennäköisyydellä? (1p)
- (e) Mitkä ylläolevista laskelmista pitävät paikkansa myös silloin, kun talvipäivien riippumattomuusoletuksesta luovutaan? (1p)

**T4** Eri matkustuspäivien odotusajat (min) eräällä bussipysäkillä ovat toisistaan riippumattomia ja noudattavat jatkuvan välin  $[0, \theta]$  tasajakaumaa tiheysfunktiona

$$f(t|\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}, & 0 \leq t \leq \theta, \\ 0, & \text{muuten.} \end{cases}$$

Neljänä eri matkustuspäivänä on havaittu odotusajat  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 6$ ,  $x_3 = 5$ ,  $x_4 = 4$ . Auta Ronaldia, Karlia ja Thomasia estimoimaan parametrin  $\theta$  arvo näiden havaintojen pohjalta.

- (a) Ronald päättää käyttää suurimman uskottavuuden estimaattia. Laske tämän estimaatin arvo datajoukolle  $x = (x_1, \dots, x_4)$ . (2p)
- (b) Karlin käyttämän estimaatin arvo määräytyy ratkaisemalla  $\theta$  yhtälöstä

$$E(X|\theta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

jonka vasemmalla on jakaumaa  $f(t|\theta)$  noudattavan satunnaismuuttujan odotusarvo ja oikealla havaintojen keskiarvo. Laske tämän estimaatin arvo datajoukolle  $x$ . (2p)

- (c) Thomas tulkitsee tuntemattoman parametrin satunnaismuuttujaksi  $\Theta$  ja valitsee priorijakauman tiheysfunktioiksi

$$f_0(\theta) = \begin{cases} 3\theta^{-4}, & \theta \geq 1, \\ 0, & \text{muuten.} \end{cases}$$

Thomas päättää käyttää estimaattina  $\Theta$ :n posteriorijakauman odotusarvoa. Laske tämän estimaatin arvo datajoukolle  $x$ . (2p)