

MS-C1420 Fourier-analyysi (Aalto-yliopisto)  
Tiistai 15.11.2016, klo 16:30–19:30

Turunen/Mustonen

Pisteitä myös hyvästä yrityksestä! Laskimet ja kirjallisuus kielletty.

Tällä kertaa saat olettaa tunnetuksi Fourier-käänteismuunnoksen kaavan.

1. Tiedetään, että  $\widehat{r}(\nu) = 2/(1 + (2\pi\nu)^2)$ , kun  $r(t) = e^{-|t|}$  kaikilla  $t \in \mathbb{R}$ . Voit käyttää tätä tietoa apuna, kun lasket Fourier-muunnoksen  $\widehat{s}$ , missä

$$s(t) := 1/(1 + 3t^2).$$

Sievennä tulos reaalisiksi.

2. Mitä tarkoittaa, että Fourier-muunnos säilyttää analogisten ei-periodisten signaalien  $r, s : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  sisätulot? Todista tämä myös.
3. Laske 1-periodisen analogisen signaalin  $s : \mathbb{R}/\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}$  Fourier-kerroinmuunnos  $\widehat{s} : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}$ , kun

$$s(t) = \cos(\pi t)^2,$$

jos  $|t| \leq 1/2$ .

4. Olkoon  $s : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}$  digitaalinen ei-periodinen "riittävän mukava" signaali, ja olkoon  $s_N : \mathbb{Z}/N\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}$  sen  $N$ -periodisointi eli

$$s_N(t) := \sum_{k \in \mathbb{Z}} s(t - kN).$$

Näytä laskemalla, miten diskreetti Fourier-muunnos  $\widehat{s}_N : \mathbb{Z}/N\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}$  liittyy diskreetin ajan Fourier-muunnokseen  $\widehat{s} : \mathbb{R}/\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}$ .

**Problems in English on the other side of the paper!**