



Aalto-yliopisto

Aalto-yliopiston perustieteiden korkeakoulu
Matematiikan ja systeemianalyysin laitos

Loppukoe 6.4.2017

Malinen/Ojalammi

MS-A0203 Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (ELEC1)

Kokeessa ei saa käyttää laskimia eikä taulukoita. Täytä kaikki otsaketiedot kaikkiin vastauspapereihin.

Valitse VIISI tehtävää seuraavista kuudesta tehtävästä.

(Jos kuitenkin vastaat kuuteen, jätetään parhaimman pistemäärän saanut tehtävä pois kokonaispisteistä.)

1. Laske sykloidin

$$\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t, \end{cases}$$

kaarenpituus, jossa parametri $t \in [0, 2\pi]$.

Vihje: Kaavasta $1 - \cos t = 2 \sin^2(t/2)$ on apua integraalin laskussa.

2. Määritä pinnan $x^3 + 3x^2y + y^2 + 2 \cos z = 13$ jokin normaalivektori pisteessä $(1, 2, 0)$.
3. Laske funktion $f(x, y) = e^x \sin(x + y)$ toisen asteen Taylorin approksimaatio pisteessä $(x, y) = (0, 0)$.

KÄÄNNÄ!

4. Määritä funktion

$$f(x, y, z) = x + 2y + \frac{z^2}{2}$$

suurin ja pienin arvo pallolla $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ käyttämällä Lagrangen menetelmää.

5. Piirrä kuvio tasojoukosta $D = \{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \sqrt{1 - x^2}\}$. Laske sen pinta-ala

$$A = \iint_D dA.$$

ja integraali

$$I = \iint_D y dA.$$

Mikä fysikaalinen merkitys on luvulla $\bar{y} = I/A$?

Vihje: Olisivatko napakoordinaatit mitään?

6. Ympyränmuotoisen R -säteisen levyn D lämpötila $T = T(r)$ laskee keskipisteestä mitatun etäisyyden r funktiona keskipisteen arvosta 100 lineaarisesti reunan arvoon 0. Muodosta lämpötilan lauseke $T(r)$ ja laske levyn keskilämpötila

$$\bar{T} = \frac{1}{A} \iint_D T dA.$$

KÄÄNNÄ!