

Differentiaali- ja integraalilaskenta 2  
MS-A0202 (SCI), MS-A0204 (ELEC2)

Rasila

Tentti

8.9.2016

Laskimet ja taulukot ehdottomasti kiellettyjä.

1. Laske spiraalinpätjän

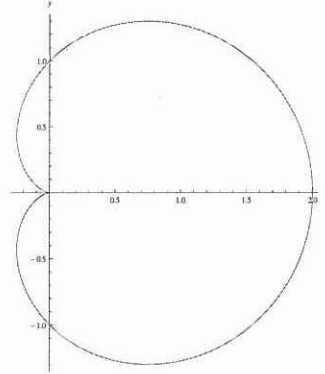
$$\begin{cases} x(t) = e^{-t} \cos t, \\ y(t) = e^{-t} \sin t, \end{cases}$$

kaarenpituus, jossa parametri  $t \in [0, \tau]$ . Mitä tapahtuu kun  $\tau \rightarrow \infty$ ?

2. Määritä pinnan
- $x^3 + 3x^2y + y^2 + \sin z = 11$
- normaalivektori pisteessä
- $(1, 2, 0)$
- .
- 
3. Johda funktion
- $f(x, y) = e^{-x} \sin y$
- toisen kertaluvun Taylorin polynomi pisteen
- $(0, 0)$
- ympäristössä.

**KÄÄNNÄ!**

4. Laske napakoordinaatistossa annetun kardioidin  $r = 1 + \cos \theta$ ,  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ , pinta-ala. (Vihje:  $\cos^2 \theta = (1 + \cos 2\theta)/2$ .)



Kuva 1: Kardioidi.

5. Ensimmäisen luokan kabaree- ja dragravintola *Moulin Rougen* Cancan-esitysten viihdyttävyys on ekonometrisen mallinnuksen (J. Vartiainen, 2013) perusteella havaittu olennaisesti riippuvan vain puuterin ja huiskujen määrästä. Toimitusjohtaja Mme. de Pompadourin ainoana toiveena on maksimoida myllynsä tuotto, joka on suoraan verrannollinen Cancan-esitysten viihdyttävyyteen.

Olkoon *Moulin Rougen* yhdessä illassa kuluttama puuterin ja huiskujen määrät  $x_1$  (yksikkö kg) ja  $x_2$  (kappalemäärä), jossa puuteri maksaa 3 €/kg ja huiskut 6 €/kpl. Mme. de Pompadourin käyttökate antaa kuitenkin mahdollisuuden vain 300 € sijoitukseen kutakin kabareeiltaa kohden.

Ikävä kyllä, Mme. de Pompadour oli valitettavan tarkkaamaton juuri sillä luennolla, jolla comte de Lagrangen esittämä *kertojen menetelmä* opetettiin. Auta häntä optimoimalla kreivi Lagrangen kertojen menetelmällä Cancan-esityksen tuotto

$$S = 50x_1 - 0.5x_1^2 + 75x_2 - x_2^2$$

$$\text{rajoitusehdolla } 3x_1 + 6x_2 = 300.$$

Anna vastaukseksi huiskujen ja puuterin optimimäärät sekä saavutettu maksimituotto.

**KÄÄNNÄ!**

Differentiaali- ja integraalilaskenta 2  
MS-A0203 (ELEC1), MS-A0205 (ENG1), MS-A0206 (ENG2)

J. Malinen

Tentti

8.9.2016

Laskimet ja taulukot ehdottomasti kiellettyjä.

1. Laske spiraalinpätjän

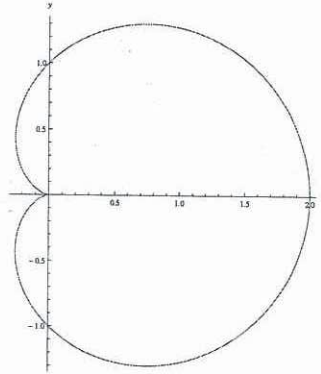
$$\begin{cases} x(t) = e^{-t} \cos t, \\ y(t) = e^{-t} \sin t, \end{cases}$$

kaaripituus, jossa parametri  $t \in [0, \tau]$ . Mitä tapahtuu kun  $\tau \rightarrow \infty$ ?

2. Määritä pinnan  $x^3 + 3x^2y + y^2 + \sin z = 11$  normaalivektori pisteessä  $(1, 2, 0)$ .
3. Johda funktion  $f(x, y) = e^{-x} \sin y$  toisen kertaluvun Taylorin polynomi pisteen  $(0, 0)$  ympäristössä.

**KÄÄNNÄ!**

4. Laske napakoordinaatistossa annetun kardioidin  $r = 1 + \cos \theta$ ,  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ , pinta-ala. (Vihje:  $\cos^2 \theta = (1 + \cos 2\theta)/2$ .)



Kuva 1: Kardioidi.

5. Ensimmäisen luokan kabaree- ja dragravintola *Moulin Rougen* Cancan-esitysten viihdyttävyys on ekonometrisen mallinnuksen (J. Vartiainen, 2013) perusteella havaittu olennaisesti riippuvan vain puuterin ja huiskujen määrästä. Toimitusjohtaja Mme. de Pompadourin ainoana toiveena on maksimoida myllynsä tuotto, joka on suoraan verrannollinen Cancan-esitysten viihdyttävyyteen.

Olkoon *Moulin Rougen* yhdessä illassa kuluttama puuterin ja huiskujen määrät  $x_1$  (yksikkö kg) ja  $x_2$  (kappalemäärä), jossa puuteri maksaa 3 €/kg ja huiskut 6 €/kpl. Mme. de Pompadourin käyttökate antaa kuitenkin mahdollisuuden vain 300 € sijoitukseen kutakin kabareeiltaa kohden.

Ikävä kyllä, Mme. de Pompadour oli valitettavan tarkkaamaton juuri sillä luennolla, jolla comte de Lagrangen esittämä *kertojien menetelmä* opetettiin. Auta häntä optimoimalla kreivi Lagrangen kertojien menetelmällä Cancan-esityksen tuotto

$$S = 50x_1 - 0.5x_1^2 + 75x_2 - x_2^2$$

$$\text{rajoitusehdolla } 3x_1 + 6x_2 = 300.$$

Anna vastaukseksi huiskujen ja puuterin optimimäärät sekä saavutettu maksimituotto.

**KÄÄNNÄ!**