

Mat-1.2600 Sovellettu todennäköisyyslaskenta A

Tentti 19.12.2013 / Mellin

Kirjoita selvästi *jokaiseen koepaperiin* alla mainitussa järjestyksessä:

- Mat-1.2600 SovTnA Tentti 19.12.2013
- opiskelijanumero + kirjain
- TEKSTATEN sukunimi ja kaikki etunimet
- koulutusohjelma ja vuosikurssi
- mahdolliset entiset nimet ja koulutusohjelmat
- nimikirjoitus

Sallitut apuvälineet: Ylioppilastutkintolautakunnan hyväksymä laskin ja Mellinin kaava- ja taulukkokokoelmat.

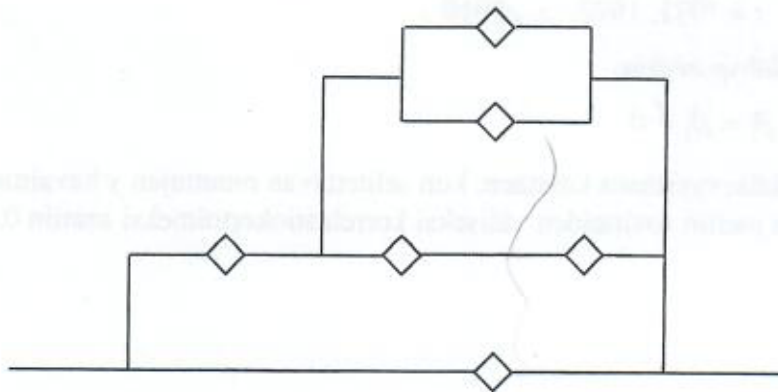
Vastaa lyhyesti ja ytimekkäästi, mutta perustele ratkaisusi. Esimerkiksi pelkkä lukuarvo vastauksena ei anna pisteitä.

1. (a) Tiedonsiirtojärjestelmä välittää numeroita 0 ja 1. Numero 1 tulee perille numerona 1 todennäköisyydellä 0.8 ja numerona 0 todennäköisyydellä 0.2. Tiedonsiirron parantamiseksi numero 1 koodataan lähetettäessä jonoksi 111 ja numero 0 jonoksi 000. Koodeja purettaessa jonot 111, 110, 101, 011 tulkitaan numeroksi 1 ja kaikki muut jonot numeroksi 0.

Mikä on todennäköisyys, että numero 1 tulee perille *väärässä* muodossa?

- (b) Alla oleva kuvio esittää kuuden komponentin (merkitty vinoneliöillä) toimintaverkkoa. Oletetaan, että yhdenkään komponentin toimiminen tai toimimattomuus ei riipu siitä, toimivatko muut komponentit vai ei.

Mikä on todennäköisyys, että verkko toimii, jos jokaisen yksittäisen komponentin todennäköisyys toimia on 0.8?



2. Virtapiiri koostuu 20 samanlaisesta sähköisestä komponentista, jotka on kytketty sarjaan. Oletetaan, että vikaantuvien komponenttien lukumäärä vuodessa on satunnaismuuttuja, joka noudattaa *Poisson-jakaumaa* niin, että vuodessa vikaantuu keskimäärin 3 komponenttia.

Mikä on virtapiirin odotettavissa oleva elinikä? Perustele vastauksesi tarkkaan!

3. Olkoon $Y = \min\{X_1, X_2\}$, jossa satunnaismuuttujat X_1 ja X_2 ovat riippumattomia ja noudattavat jatkuvaa tasaista jakaumaa välillä $(0,1)$. Johda satunnaismuuttujan Y jakauma ja määrää sen avulla

$$\Pr(0.5 < Y < 1)$$

4. Kehon rasvaprosentti voidaan määrätä kahdella menetelmällä: Menetelmä A on tarkka, mutta hankala käyttää, kun taas menetelmä B on nopea, mutta epätarkka. Menetelmien vertaamiseksi järjestettiin koe, jossa mitattiin kuuden koehenkilön rasvaprosentit molemmilla menetelmillä. Mittaustulokset on annettu alla.

A	12	27	22	7	24	18
B	20	26	23	16	25	22

Testaa 5 %:n merkitsevyystasoa käyttäen nollahypoteesia, että menetelmät A ja B antavat keskimäärin samoja lukemia, kun vaihtoehtoisen hypoteesina on, että menetelmä A antaa keskimäärin pienempiä lukemia kuin menetelmä B.

Mittaustulokset saa olettaa normaalijakautuneiksi.

5. Talousteorian mukaan yksilön alkoholin kulutus riippuu alkoholijuomien reaali-hinnasta ja yksilön reaalituloista. Tämän riippuvuuden luonteen tutkimiseksi Suomea koskevista tiedoista vuosilta 1971-2010 estimoitiin tavanomainen lineaarinen regressiomalli

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{t1} + \beta_2 x_{t2} + \varepsilon_t, t = 1971, 1972, \dots, 2010$$

jossa

y_t = alkoholin kulutus henkilöä kohden vuodessa 100 % alkoholina

x_{t1} = alkoholijuomien reaalihintaindeksi

x_{t2} = reaalitulot henkilöä kohden vuodessa

$$t = 1971, 1972, \dots, 2010$$

Testaa nollahypoteesia

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$$

1 %:n merkitsevyystasoa käyttäen, kun selitettävän muuttujan y havaittujen arvojen ja estimoidun mallin sovitteiden väliseksi korrelaatiokertoimeksi saatiin 0.4.