

Aalto-yliopisto, perustieteiden korkeakoulu  
Tietojenkäsittelytieteen laitos  
Tommi Junttila (tel. 050-4300861)

T-79.1001 Tietojenkäsittelyteorian perusteet T (4 op)  
Tentti perjantaina 21.2.2014 klo 9.00–12.00

Varmista, että jokaiseen vastauspaperiisi on merkitty:

- Nimi, tutkinto-ohjelma, opiskelijanumero
- Kurssin nimi "T-79.1001 Tietojenkäsittelyteorian perusteet T" ja päiväys "21.2.2014"
- Tarkastettavaksi jättämiesi vastauspaperiiden kokonaismäärä

Laskinten käyttö tentissä ei ole sallittua.

**Huom:** jos et ole suorittanut kurssin pakollisia tietokonekotehtäviä, tenttiäsi ei tarkasteta.

- Laadi deterministinen äärellinen automaatti kielelle  $\{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \text{ on pariton ja } w\text{:ssä on parillinen määrä } a\text{-kirjaimia}\}$  5p.
  - Anna säännöllinen lauseke, joka kuvaa kielen  $\{w \in \{a, b\}^* \mid w\text{:ssä on vähintään kaksi } a\text{-kirjainta ja korkeintaan yksi } b\text{-kirjain}\}$  5p.
  - Anna säännöllinen lauseke, joka kuvaa kielen  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ ei sisällä osajonoa } abb\}$   
(Vihje: voi olla hyödyllistä tehdä ensin äärellinen automaatti kielelle  $L$ ) 5p.
- Tarkastellaan aakkoston  $\{a, b\}$  kieltä  $L = \{a^{2k}b^n b^k \mid k \geq 0 \text{ ja } n \geq 0\}$ .
  - Osoita, että  $L$  ei ole säännöllinen. 6p.
  - Laadi yhteydetön kielioppi kielelle  $L$ . 5p.
  - Esitä merkkijonojen  $aab$  ja  $aabb$  jäsenyspuut kieliopissasi. 2p.
  - Onko kielioppisi Chomskyn normaalimuodossa? Jos ei ole, anna yksi normaalimuodon vaatimus, jota kielioppisi ei täytä. 2p.
- Laadi pinoautomaatti, joka ratkaisee, kuuluuko syöte aakkoston  $\{a, b\}$  kieleen

$$L = \{xby \mid x, y \in \{a, b\}^* \text{ ja } |x| = |y|\}$$

Onko automaattisi deterministinen vai epädeterministinen? Esitä koneesi laskentoja syötteillä  $abb$ ,  $aab$  ja  $abaa$ . 15p.

**Jatkuu toisella puolella**

4. (a) Määrittele käsitteet rekursiivinen ja rekursiivisesti numeroituva kieli. Onko kieli  $L_{\text{primeprod}} = \{x \in \{0, 1, \dots, 9\}^* \mid x \text{ on kahden alkuluvun tulo}\}$  rekursiivinen? Perustele vastauksesi. (Esim. 15 kuuluu kieleen koska  $3 \times 5 = 15$ , mutta 16 ei kuulu kieleen). 5p.
- (b) Olkoon annettuna jonkin aakkoston  $\Sigma$  kieli  $L \subseteq \Sigma^*$ . Olkoon  $L^R = \{w^R \mid w \in L\}$  kieli, joka saadaan kääntämällä kaikki kielen  $L$  merkkijonot. Tässä  $w^R$  on merkkijonon  $w$  käänteismerkkijono (esim.  $(gnat)^R = tang$ ). Osoita seuraava väite joko todeksi tai epätodeksi: jos  $L$  on rekursiivinen kieli, niin silloin myös  $L^R$  on rekursiivinen kieli. 5p.
- (c) Osoita, että seuraava ongelma on ratkeamaton: annettuna mielivaltainen Turingin kone, onko sen hyväksymä kieli äärellinen? Toisin sanoen osoita, että kieli  $L_{\text{fin}} = \{c \in \{0, 1\}^* \mid L(M_c) \text{ on äärellinen}\}$  ei ole rekursiivinen, missä  $M_c$  tarkoittaa merkkijonon  $c$  kuvaamaa Turingin konetta. Jos käytät Ricen lausetta (ei ole pakko), anna myös sen tarkka määritelmä. 5p.

Total 60p.