PHYS-C0220 Termodynamiikka ja statistinen fysiikka
Tentti 4.4.2017
Ylioppilaskirjoituksissa hyväksytty laskin on sallittu, taulukkokirjat ja muut kaavakokoelmat eivät ole sallittuja.
Paperin kääntöpuolelta löydät mahdollisesti hyödyllisiä kaavoja.

1. Vastaa lyhyesti seuraaviin kysymyksiin (1p/kohta):

   a) Selitä statistisen fysiikan käsite ensemble (joukko). Mikä on *kanoninen* ensemble?

   b) Esitä lämpötilan tilastollinen määritelmä ja selitä sen avulla kahden termisessä kontaktissa olevan kappaleen lämpötilojen tasoittuminen (ts. miksi lämpötilat tasoittuvat?)

   c) Määrittele suure eksergia (availability). Miten se liittyy termodynaamisiin potentiaaleihin ja tarkastellun systeemin termodynaamiseen tasapainotilaan?

   d) Missä tilanteissa ideaalikaasua voidaan pitää klassisena ideaalikaasuna, ja milloin on huomioitava kvantti- tai relativistisia efektejä?

   d) Mitä on mustan kappaleen säteily, ja miten se liittyy kosmiseen taustasäteilyyn?

   f) Minkälaisia ovat ensimmäisen kertaluvun faassitransitiot? Entä toisen kertaluvun (jatkuvat) faasitransitiot?

2. Tarkastellaan eristettyä systeemiä ja erityisesti sen pientä osasysteemiä. Oletetaan osasysteemi niin pieneksi, että muu osa eristetystä systeemistä voidaan approksimoida sille lämpövarannoksi (mitä tämä tarkoittaa?) Oletetaan lisäksi, että tarkasteltu osasysteemi voi olla N:ssä eri energiatilassa ε_n ($n = 0, 1, ..., N-1$).

   a) Johda todennäköisyys sille, että osasysteemi on tietyssä energiatilassa ε_k. (3p)

   b) Tarkastellaan sitten tilannetta $\varepsilon_n = n\epsilon$, jossa ϵ on jokin osasysteemin karakteristinen energia ja $N \to \infty$ (toisin sanoen ei ylärajaa energiatiloille). Määritä osasysteemin energian odotusarvo $\langle E \rangle$. (3p)

3. Massaltaan 3,0 kg oleva kappale kultaa [ominaislämpökapasiteetti 0,129 kJ/(kg·K); oletetaan vakioksi] jäähdytetään lämpötilasta 300 K lämpötilaan 100 K kahdella tapaa: (1) upottamalla kappale erittäin suureen määrään nestettä, jonka lämpötila on 100 K; ja (2) upottamalla kappale ensin suureen nestemassaan, jonka lämpötila on 200 K, ja sitten toiseen, jonka lämpötila on 100 K. Laske kokonaisentropian (kultakappale + nestemassat) muutos kummassakin tapauksessa ja kommentoi tulostasi.

KÄÄNNÄ

4. Tarkastellaan pintaa, missä on K kiinnittymiskohtaa kaasumolekyyleille. Pintaa ympäröivä ja sen kanssa tasapainossa oleva ideaalikaasu toimii hiukkasvarantona pinnalle, joten pintaa voidaan käsitellä käyttämällä suurkanonista ensembleä. Kukin K:sta kiinnittymiskohdasta voi olla tyhjä (energia $E_0 = 0$), tai yksi kaasumolekyyli voi olla kiinnittyneenä siihen (energia $E_1 < 0$).

   a) Johda lauseke pinnan suurkanoniselle partitiofunktiolle $\mathcal{Z}$ lämpötilan T, pinnan kemiallisen potentiaalin μ, E_1:n ja K:n funktiona. (2p)

   b) Kirjoita lauseke pinnan miehitettyjen kiinnittymiskohtien keskimääräiselle osuudelle $\alpha = \alpha(T, E_1, \mu) \equiv \langle N \rangle / K$. (2p)

   c) Käyttäen tietoa, että pinta on tasapainossa sitä ympäröivän ideaalikaasun kanssa, kirjoita kohdassa b) laskemasi α:n lauseke ympäröivän ideaalikaasun paineen p ja lämpötilan T funktiona, ts. $\alpha = \alpha(p, T, E_1)$. Mitä voit sanoa α:n käytöksestä rajoilla $p \to \infty$ ja $p \to 0$? (2p)

5. Tarkastellaan van der Waalsin kaasun tilanyhtälöä $(p + a/V_m^2)(V_m - b) = RT$, missä p, V_m ja T ovat kaasun paine, moolitilavuus ja lämpötila, ja R on kaasuvakio. a ja b ovat vakioita.

   a) Selitä kvalitatiivisesti, miten van der Waalsin tilanyhtälö voidaan ymmärtää ideaalikaasun tilanyhtälön $pV_m = RT$ laajennuksena, ja mikä on vakioiden a ja b fysikaalinen tulkinta. Mitä sellaisia ilmiöitä van der Waalsin kaasussa voi esiintyä, joita ideaalikaasun tapauksessa ei esiinny? (2p)

   b) Van der Waalsin kaasun käytöstä voidaan tutkia tarkastelemalla isotermejä pV-tasossa. Kaasulla on ns. kriittinen isotermi lämpötilassa $T = T_c$, jolla on *käännepiste* (kriittinen piste $V = V_c$, $T = T_c$, $p = p_c$), jossa $(\partial p/\partial V)_T = (\partial^2 p/\partial V^2)_T = 0$. Ilmoita V_c, T_c ja p_c vakioiden a, b ja R avulla. Kirjoita van der Waalsin tilanyhtälö *redusoitujen koordinaattien* $\tilde{p} = p/p_c$, $\tilde{V} = V/V_c$ ja $\tilde{T} = T/T_c$ avulla. Mitä voit sanoa tuloksesta?(2p)

   c) Tarkastellaan van der Waalsin kaasun vapaata laajenemista (Joule expansion). Laajenemisprosessissa tapahtuvaa kaasun lämpötilan muutosta voidaan karakterisoida Joulen kertoimella $\mu_J = (\partial T/\partial V)_U = -1/C_V[T(\partial p/\partial T)_V - p]$. Laske Joulen kerroin van der Waalsin kaasulle, sekä kaasun lämpötilan muutos ΔT sen laajetessa vapaasti tilavuudesta V_1 tilavuuteen $V_2 > V_1$. Mikä on vastaava ΔT ideaalikaasulle? Selitä kvalitatiivisesti, mistä tulosten ero johtuu. (2p)

Seuraavista tiedoista voi olla apua:

- Suurkanoninen partitiofunktio $\mathcal{Z} = \sum_i g_i e^{\beta(\mu N_i - E_i)}$, missä g_i on tilan (N_i, E_i) degeneraatio.
- Ideaalikaasun kemiallinen potentiaali $\mu = k_B T \ln[\lambda_{th}^3 p/(k_B T)]$, missä $\lambda_{th} = h/\sqrt{2\pi m k_B T}$.
- Binomilause: $(1+x)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k$.
- $\langle N \rangle = -(\frac{\partial \Phi_G}{\partial \mu})_{T,V} = k_B T (\frac{\partial \ln \mathcal{Z}}{\partial \mu})_{T,V}$
- $\sum_{n=0}^{\infty} t^n = (1-t)^{-1}$, kun $|t| < 1$