1. (6 p.)

Olkoon X satunnaismuuttuja, jonka tiheysfunktio on f.
a) Määritä vakio $c \in R$ siten että funktio $f : R \longrightarrow R$

$$\begin{aligned} f(x) &= c; \qquad && -1 \leq x \leq 2, \\ f(x) &= 0; && \text{muulloin} \end{aligned}$$

määrittelee tiheysfunktion.
b) Määritä X:n odotusarvo $E(X)$ ja varianssi $Var(X)$.
c) Määritä X:n kertymäfunktio.

Let X be a random variable, wich has the density function f.
a) Determine the constant $c \in R$ so that the function $f : R \longrightarrow R$

$$\begin{aligned} f(x) &= c; \qquad && -1 \leq x \leq 2, \\ f(x) &= 0; && \text{otherwise} \end{aligned}$$

defines a density function.
b) Determine the expectation value $E(X)$ and the variance $Var(X)$ of the random variable X.
c) Determine the distribution function of the random variable X; $F(x) = P(X \leq x)$.

2. (6 p.)

Jatkuvan satunnaismuuttujaparin (X, Y) yhteisjakauma on seuraava:

$$f(x, y) = c(x^2 + y^2).$$

kun $0 \leq x \leq 1$ ja $0 \leq y \leq 1$ ja 0 muulloin.
a) Määrää c ja satunnaismuuttujien X ja Y reunajakaumat.
b) Ovatko satunnaismuuttujat X ja Y riippumattomia?
c) Määrää ehdollinen jakauma $X \mid Y = 1$ ja ehdollinen odotusarvo $E(X \mid Y = 1)$.

The joint distribution of the random variable pair (X, Y) is the following:

$$f(x, y) = c(x^2 + y^2).$$

kun $0 \leq x \leq 1$ ja $0 \leq y \leq 1$ and 0 otherwise.

a) Determine the constant c and the distributions of the random variables X and Y.

b) Are the random variables X and Y independent?

c) Determine the conditional distribution $X \mid Y = 1$ and the conditional expectation $E(X \mid Y = 1)$.

$(\frac{1}{4}+$

3. (6 p.)

Diskreetin satunnaismuuttujan X jakauma riippuu parametristä $\theta \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}]$ ja sen pistetodennäköisyysfunktio on

$$P(X = j) = \begin{cases} 1/2 + \theta, & j = 0 \\ 1/4 - \theta, & j = 1 \\ 1/4, & j = 2. \end{cases}$$

Tehdään tilastollinen testi ja otoksessa saadaan seuraavat havaintoarvot: $0, 1, 1, 2, 0, 1$.

Määritä θ:n suurimman uskottavuuden estimaatti.

The values of the discrete random variable X depend on the parameter $\theta \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}]$ and its mass function is

$$P(X = j) = \begin{cases} 1/2 + \theta, & j = 0 \\ 1/4 - \theta, & j = 1 \\ 1/4, & j = 2. \end{cases}$$

We make a statistical test and get the sample with the following values: $0, 1, 1, 2, 0, 1$.

Determine the most likelyhood estimate of the parameter θ.

4. (6 p.)

Tehtaassa valmistetaan tankoja, joiden tavoitepituus on 80 cm. Oletetaan, että tankojen pituus vaihtelee satunnaisesti noudattaen normaalijakaumaa.

Poimitaan 100 kappaleen otos tankoja ja mitataan kunkin pituus. Tulokseksi olemme saaneet, että otoskeskiarvo on 82 cm ja otosvarianssi on 0,025 cm^2.

Testaa nollahypoteesia, että tehtaassa valmistettavien tankojen pituus on tavoitearvon mukainen ts. 80 cm. Vaihtoehtoisena hypoteesina on, että pituus eroaa arvosta 80 cm.

In a factory we produce rods the length of which is planned to be 80 cm. We assume that the length of the rods varyis randomly having the normal distribution.