

Sallitut apuvälineet: kirjoitusvälineet, funktiolaskin sekä A4-kokoinen käsinkirjoitettu muistilappu. Muistilappu on palautettava koevastausten mukana. Perustele käyttämäsi kaavat ja ratkaisujen välivaiheet. Esittele vastauksessasi esiintyvät symbolit ja niiden merkitykset. Ratkaise jokainen tehtävä omalle sivulleen.

Kaikissa tehtävissä vastauksista arvioidaan sekä esitystapa että sisällön oikeellisuus. Jokainen tehtävä arvioidaan asteikolla 0-6 pistettä. Merkittävästi ylipitkät tai heikosti jäsennetyt vastaukset vähentävät pisteitä. Voit käyttää vastaustesi tukena piirroksia.

On tärkeää että ainakin yrität jokaista tehtävää.

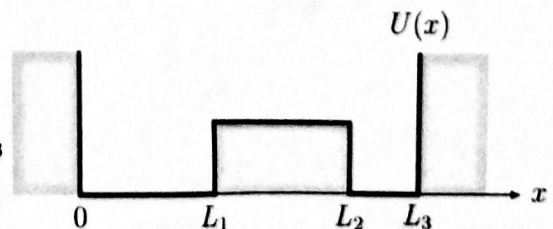
VÄLIKOE 1: tehtävät 1-5, VÄLIKOE 2: tehtävät 6-10, TENTTI: tehtävät 2, 4, 5, 6, 8 ja 9.

- Määrittele seuraavien termien/käsitteiden merkitys enintään noin 30 sanalla / termi. Pelkkä kaava ei ole riittävä vastaus. Merkittävästi ylipitkä vastaus vähentää pisteitä.

(a) Aineaalto	(c) Kvanttikaivo	(e) Ominaisfunktio
(b) Musta kappale	(d) Ekspansioastulaatti	(f) Tunneloituminen
- (TENTTI) Vastaa kysymykseen maksimissaan noin 100 sanalla per alakohta, kuitenkin käyttäen kokonaislauseita.
 - Heisenbergin epätarkkuusperiaatteen mukaan kahden komplementaarisen suureen arvoja ei voi mitata yhtäaikaista, koska mittaustapahtuma häiritsee mitattavaa järjestelmää ja siten estää suureiden yhtäaikaista mittaamista. Tosi vai epätosi? Perustele.
 - Tutkit valosähköistä ilmiötä valaisemalla erästä kappaletta aallonpituudeltaan 532 nm säteilyllä. Nettihuutokaupasta tilaamassasi valonlähteessäsi olevan vian takia säteilyn spektrissä on myös infrapunasäteilyä. Miten vika vaikuttaa mittaustuloksiisi?
- Hiukkanen on loukkuuntunut yksiulotteiseen alueeseen $0 \leq x < \infty$. Sen aaltofunktio on muotoa $\psi(x) = Ce^{-x}$. Määritä todennäköisyys, että hiukkanen voidaan löytää alueelta $x \geq 1$.
- (TENTTI)
 - Mitkä seuraavista funktioista ovat derivaattaoperaattorin d^2/dx^2 ominaisfunktioita?
A. x B. x^2 C. $ax + b$ D. e^{ax^2} E. e^{ax} F. $\sin x$
 - \hat{A} ja \hat{B} ovat mielivaltaisia kvanttimekaanisia operaattoreita. Etsi ehdot, joilla seuraavat lausekkeet ovat tosia.
 - $[\hat{A}, \hat{B}] = -[\hat{A}, \hat{B}]$
 - $[\hat{A}^m, \hat{A}^n] = 0$, kaikille m, n arvoille
 - $[\hat{A}^2, \hat{B}] = \hat{A}[\hat{A}, \hat{B}] + [\hat{A}, \hat{B}]\hat{A}$

- (TENTTI) Hiukkanen on vangittuna oikein kuvan mukaiseen kvanttikaivoon.

$$U(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < L_1 \text{ ja } L_2 < x < L_3 \\ U_0, & L_1 < x < L_2 \\ \infty, & \text{muuten} \end{cases}$$



Määritä hiukkasen aaltofunktiot ja etsi lauseke energian kvantittumiselle. Numeerisia arvoja ei tarvitse laskea.

Kirjoita SELVÄSTI nimesi, opiskelijanumerosi, opintojaksokoodi sekä kokeen päivämäärä jokaiseen kopeperiiniin. Ratkaise jokainen tehtävä omalle sivulleen.

VÄLIKOE 1: tehtävät 1-5, VÄLIKOE 2: tehtävät 6-10, TENTTI: tehtävät 2, 4, 5, 6, 8 ja 9.

6. (TENTTI) Määrittele seuraavien kvanttifysiikan termien/käsitteiden merkitys enintään noin 30 sanalla / termi. Pelkkä kaava ei ole riittävä vastaus. Merkittävästi ylipitkä vastaus vähentää pisteitä.

- | | | |
|---------------------|------------------------|------------------------|
| (a) Qubit | (c) Paschenin sarja | (e) Populaatioinversio |
| (b) Elektronin spin | (d) No-cloning theorem | (f) Fermioni |

7. Elektroni on loukkuuntunut a -säteiseen pallonmuotoiseen äärettömään kvanttikaivoon (so. potentiaali on nolla kun $r < a$ ja ääretön muualla). Mitkä kvanttumisehdot odottaisit olevan samanlaisia kuin vetyatomilla? Tarkastele tehtävää kvalitatiivisesti. Perustele vastauksesi käyttäen korkeintaan noin 200 sanaa. Käytä tarvittaessa kuvia ja diagrammeja vastauksesi tukena. Pelkät kuvat eivät ole kuitenkaan riittävä vastaus.

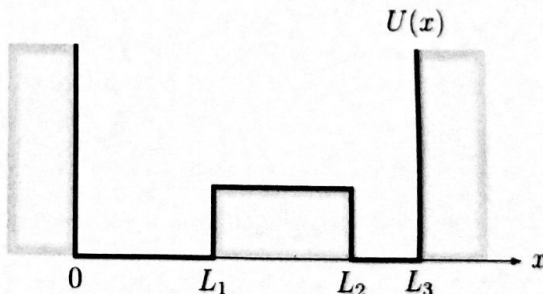
8. (TENTTI) Yksiulotteisessa potentiaalikaivossa ($U = 0$, kun $0 \leq x \leq L$; $U = \infty$, muuten) on kaksi identtistä hiukkasta. Toinen hiukkasista on tilalla $n = 1$ ja toinen tilalla $n' = 2$ (tilat viittaavat kaivon yksihiukkastiloihin). Määritä kuinka paljon todennäköisempää on löytää kaksi bosonia kuin kaksi fermionia yhtäaikaisesti alueelta $x \in [0, L/2]$. Hiukkasten yhteisaaltofunktion normalisointivakio on $\sqrt{2}/L$.

NB: $\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos(2\theta)}{2}$ ja $2 \sin \theta \sin \varphi = \cos(\theta - \varphi) - \cos(\theta + \varphi)$.

9. (TENTTI) Määritä vetyatomien perustilalla olevan elektronin potentiaalienergian odotusarvo. Spinin vaikutusta ei tarvitse huomioida. NB: $\int_0^\infty x^m \exp(-bx) dx = \frac{m!}{b^{m+1}}$.

10. Hiukkanen on vangittuna oheisen kuvan mukaiseen kvanttikaivoon.

$$U(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < L_1 \text{ ja } L_2 < x < L_3 \\ U_0, & L_1 < x < L_2 \\ \infty, & \text{muuten} \end{cases}$$



Määritä ensimmäisen kertaluvun korjaus kvanttikaivon energiatiloihin kun tiedetään että U_0 on pieni luku.

n, ℓ	$R_{n\ell}(r)$	$\ell, m\ell$	$Y_{\ell m_\ell}(\theta, \phi)$
1, 0	$\frac{1}{(a_0)^{3/2}} 2 \exp^{-r/a_0}$	0, 0	$\sqrt{\frac{1}{4\pi}}$
2, 0	$\frac{1}{(2a_0)^{3/2}} 2 \left(1 - \frac{r}{2a_0}\right) \exp^{-r/2a_0}$	1, 0	$\sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$
2, 1	$\frac{1}{(2a_0)^{3/2}} \frac{r}{\sqrt{3}a_0} \exp^{-r/2a_0}$	1, ± 1	$\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta \exp^{\pm i\phi}$
3, 0	$\frac{1}{(3a_0)^{3/2}} \left(2 - \frac{4r}{3a_0} + \frac{4r^2}{27a_0^2}\right) \exp^{-r/3a_0}$	2, 0	$\sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3 \cos^2 \theta - 1)$
3, 1	$\frac{1}{(3a_0)^{3/2}} \frac{4\sqrt{2}r}{9a_0} \left(1 - \frac{r}{6a_0}\right) \exp^{-r/3a_0}$	2, ± 1	$\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \cos \theta \sin \theta \exp^{\pm i\phi}$
3, 2	$\frac{1}{(3a_0)^{3/2}} \frac{2\sqrt{2}r^2}{27\sqrt{5}a_0^2} \exp^{-r/3a_0}$	2, ± 2	$\sqrt{\frac{15}{32\pi}} \sin^2 \theta \exp^{\pm 2i\phi}$

Kirjoita SELVÄSTI nimesi, opiskelijanumerosi, opintojaksokoodi sekä kokeen päivämäärä jokaiseen koepaperiin. Ratkaise jokainen tehtävä omalle sivulleen.